

# Proizvodna funkcija i njezina primjena

---

**Brajnović, Tena**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Economics in Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Ekonomski fakultet u Osijeku**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:145:235583>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-03-12**



*Repository / Repozitorij:*

[EFOS REPOSITORY - Repository of the Faculty of Economics in Osijek](#)



Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

Ekonomski fakultet u Osijeku

Preddiplomski studij Poslovne informatike

Tena Brajnović

**PROIZVODNA FUNKCIJA I NJEZINA PRIMJENA**

Završni rad

Osijek, 2020.

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

Ekonomski fakultet u Osijeku

Preddiplomski studij Poslovne informatike

Tena Brajnović

## **PROIZVODNA FUNKCIJA I NJEZINA PRIMJENA**

Završni rad

**Kolegij: Mikroekonomika**

JMBAG: 0010202489

E-mail: [tbrajnov@efos.hr](mailto:tbrajnov@efos.hr)

Mentor: izv.prof.dr.sc. Ivan Kristek

Osijek, 2020.

Josip Juraj Strossmayer University of Osijek

Faculty of Economics in Osijek

Undergraduate Study Business informatics

Tena Brajnović


## **PRODUCTION FUNCTION AND APPLICATIONS**

Final paper

Osijek, 2020.

## IZJAVA

### O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI, PRAVU PRIJENOSA INTELEKTUALNOG VLASNIŠTVA, SUGLASNOSTI ZA OBJAVU U INSTITUCIJSKIM REPOZITORIJIMA I ISTOVJETNOSTI DIGITALNE I TISKANE VERZIJE RADA

1. Kojom izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je završni (navesti vrstu rada: završni / diplomski / specijalistički / doktorski) rad isključivo rezultat osobnoga rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu. Potvrđujem poštivanje nepovredivosti autorstva te točno citiranje radova drugih autora i referiranje na njih.
2. Kojom izjavljujem da je Ekonomski fakultet u Osijeku, bez naknade u vremenski i teritorijalno neograničenom opsegu, nositelj svih prava intelektualnoga vlasništva u odnosu na navedeni rad pod licencom *Creative Commons Imenovanje – Nekomercijalno – Dijeli pod istim uvjetima 3.0 Hrvatska*. 
3. Kojom izjavljujem da sam suglasan/suglasna da se trajno pohrani i objavi moj rad u institucijskom digitalnom repozitoriju Ekonomskoga fakulteta u Osijeku, repozitoriju Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku te javno dostupnom repozitoriju Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu (u skladu s odredbama Zakona o znanstvenoj djelatnosti i visokom obrazovanju, NN br. 123/03, 198/03, 105/04, 174/04, 02/07, 46/07, 45/09, 63/11, 94/13, 139/13, 101/14, 60/15).
4. izjavljujem da sam autor/autorica predanog rada i da je sadržaj predane elektroničke datoteke u potpunosti istovjetan sa dovršenom tiskanom verzijom rada predanom u svrhu obrane istog.

**Ime i prezime studenta/studentice:** Tena Brajnović

**JMBAG:** 0010202489

**OIB:** 19137535071

**e-mail za kontakt:** tbrajnov@efos.hr

**Naziv studija:** Preddiplomski studij Poslovne informatike

**Naslov rada:** Proizvodna funkcija i njezina primjena

**Mentor/mentorica završnog rada:** izv.prof.dr.sc. Ivan Kristek

U Osijeku, 16. 07. 2020. godine

Potpis Tena Brajnović

## **Proizvodna funkcija i njezina primjena**

### **SAŽETAK**

Proizvodna funkcija predstavlja fizički odnos između outputa i inputa koji ovisi o količini usluga i proizvoda, odnosno outputa te količini resursa upotrijebljenih u proizvodnji, odnosno inputa. Zadatak proizvodne funkcije je stvaranje planiranih količina proizvoda iz proizvodnog programa koji imaju propisanu kvalitetu, zadovoljavajuću cijenu koštanja i proizvedeni su u planiranom roku. Navedeni zadatak se smatra uspješno završenih ukoliko proces proizvodnje naposljetku organizaciji koja se bavi proizvodnjom donese zaradu. Proizvodna funkcija može imati tri uobičajena oblika, a to su: linerani, degresivni i progresivni. Razlika u proizvodnim funkcijama može ovisiti o primijenjenoj tehnologiji. Poboljšanje tehnologije povećava maksimalni proizvod koji se može dobiti iz bilo koje kombinacije resursa i zato ima za rezultat novu proizvodnu funkciju. Obzirom na promjenu resursa mijenja se i proizvodna funkcija. Izokvantna karta ilustrira proizvodnu funkciju s dva promjenjiva resursa za sve moguće količine proizvoda koje bi organizacija proizvodila, dok izotroškovna karta daje informacije o cijenama resursa koji se namjeravaju koristiti. Postupak određivanja optimalne kombinacije resursa se obično sastoji od konstruiranja tablice ili grafičkog prikaza izokvante i crte izotroška. Proizvodnja s najnižim troškovima zahtijeva da dodatni proizvod od pojedine kune potrošene na rad mora biti jednak dodatnom proizvodu od posljednje kune potrošene na kapital.

**Ključne riječi:** proizvodna funkcija, načelo najnižih troškova, input, output, resursi

## **Production Function and Applications**

### **ABSTRACT**

The production function is a physical relationship between output and input, which depends on the amount of services and products, ie output, and the amount of resources used in production, that is, inputs. The task of the production function is to create the planned quantities of products from the production program that have the required quality, satisfactory cost price and are produced within the planned time. This task is considered to be successfully completed if the production process eventually yields to the manufacturing organization. A production function can take three common forms, namely: linear, degressive and progressive. The difference in production functions may depend on the technology used. Improving technology increases the maximum product that can be obtained from any combination of resources and therefore results in a new production function. As these sources change, so does the production function. An isoquant map illustrates a production function with two variable resources for all possible quantities of products that an organization would produce, while an isoquant chart provides information on the prices of these resources intended to be used. The process of determining the optimal combination of resources usually consists of constructing a table or graphical representation of an isoquant and an isocost line. The lowest cost production requires that the additional product from each kuna spent on labor must be equal to the additional product from the last kuna spent on capital.

Keywords: production function, lowest cost principle, input, output, resources

# Sadržaj

<b>1. Uvod</b> .....	<b>1</b>
<b>2. Teorijska podloga i prethodna istraživanja</b> .....	<b>2</b>
2.1. Proizvodna funkcija i njezina primjena .....	2
2.2. Proizvodna funkcija i razlike u tehnologiji te promjenjivi resursi i njihova kombinacija.....	5
2.3. Načelo najnižih troškova i minimalizacija troškova mijenjanjem opsega proizvodnje.....	9
<b>3. Metodologija rada</b> .....	<b>12</b>
<b>4. Opis istraživanja i rezultati istraživanja</b> .....	<b>13</b>
4.1. Primjena i razlike uobičajenih oblika proizvodne funkcije.....	13
4.2. Slojevi proizvodne funkcije.....	16
4.3. Razlika između funkcija zbog razlike u tehnologiji .....	18
4.4. Izokvante i izotroškovne karte .....	21
4.5. Određivanje optimalne kombinacije resursa.....	24
4.6. Načelo najnižih troškova u praksi.....	25
4.7. Minimalizacija troškova u poduzeću .....	27
<b>5. Rasprava</b> .....	<b>28</b>
<b>6. Zaključak</b> .....	<b>30</b>
<b>Literatura</b> .....	<b>31</b>
<b>Popis tablica</b> .....	<b>32</b>
<b>Popis slika</b> .....	<b>32</b>
<b>Popis grafikona</b> .....	<b>32</b>



## 1. Uvod

Poduzeće je danas jedna važna cjelina na tržištu i da bi se ono moglo odvijati na najbolji mogući način mora imati sedam važnih funkcija, a to su: funkcija istraživanja i studija razvoja, razvojna funkcija, funkcija upravljanja ljudskim potencijalima, nabavna funkcija, proizvodna funkcija, prodajna funkcija i financijska funkcija. U ovom radu je posebna pažnja pridana poju proizvodne funkcije. Pojam proizvodne funkcije se upotrebljava u različitim znanstvenim područjima te predstavlja širok pojam. Nakon razmatranja tržišnog položaja potrošača i ponuđača u različitim tržišnim strukturama, u mikroekonomici se proučavaju faktori proizvodne učinkovitosti ponuđača (Karić, 2010: 83). Proizvodna funkcija predstavlja fizički odnos između outputa i inputa koji ovisi o količini usluga i proizvoda, odnosno outputa te količini resursa upotrijebljenih u proizvodnji, odnosno inputa. Zadatak proizvodne funkcije je vrlo složen i opsežan, i to toliko opsežan da se može obaviti samo ako se proizvodnja oslobodi svih zadataka koji nisu posredno vezani uz neposredan proces proizvodnje. Takvo rasterećenje proizvodne funkcije od zadataka koji ne spadaju direktno u njegovo područje ne znači da ne treba imati najužu usklađenost s drugim funkcijama. Usklađenost je preduvjet za ispunjenje očekivanih ciljeva u proizvodnji, te se ona mora postaviti na način da proizvodna funkcija zauzme središnje mjesto. Cilj rada je objašnjavanje proizvodne funkcije s jednim promjenljivim resursima, njezinih oblika, slojeva i utjecaja promjene u tehnologiji proizvodnje. Također je cilj objasniti funkciju proizvodnje s više promjenjivih resursa te prikazati na koji način se određuje optimalna kombinacija resursa.

## **2. Teorijska podloga i prethodna istraživanja**

### **2.1. Proizvodna funkcija i njezina primjena**

Proizvodnja je proces u kojem se neka dobra i usluge manje vrijednosti koje nazivamo inputima pretvaraju u druga dobra i usluge veće vrijednosti koje nazivamo outputima (Karić, 2009:184). Inputi predstavljaju ulaz ili temelj proizvodnog sustava te se nazivaju proizvodnim resursima, dok su outputi izlaz ili ishod funkcioniranja nekog proizvodnog sustava (Buntak i Šuljagić, 2015: 216). Pojam resursa dolazi od francuske riječi "ressource" što znači sredstvo te predstavlja izvor podrške ili pomoći, sredstvo koje se može profitabilno upotrijebiti (Anić i Goldstein, 2000: 1117). Glavne skupine inputa u proizvodnji su zemlja, kapital, rad i poduzetništvo, a podjela temeljnih čimbenika proizvodnje je na sredstva za rad, predmete rada i ljudski rad. Za uspjeh proizvodnje potrebni resursi su i znanje i vrijeme jer proizvodnja može dati loše rezultate ako su pojedine proizvode radnje obavljene van predviđenog vremenskog roka. Druga definicija proizvodnje glasi: proizvodnja je proces u kojem dolazi do svrsishodnog i svjesnog spajanja triju elementarnih komponenata, a to su predmeti rada, sredstva za rad i ljudski rad radi stvaranja materijalnih dobara i usluga potrebnih u društvu, (Žugaj, Šehanović i Cingula, 2004: 278). Osnovi proizvodnje su predmet rada, sredstvo za rad i ljudski rad, a unutar tih elemenata najvažniji je rad kao faktor ostvarivanja određenog cilja. Rad predstavlja čovjekove mentalne i tjelesne sposobnosti koje koristi za vrijeme proizvodnje nekog predmeta ili usluge te bi bio neizvodiv bez predmeta rada (materijala i sirovine) i sredstava za rad (alati i strojevi) (Kliček, 2014: 2). U proizvodnom procesu predmeti rada prilagođavaju se ljudskim potrebama i nastaju novi proizvodi i usluge, i to tako da čovjek djeluje sredstvima za rad na predmete rada i stvara nove učinke s većom vrijednošću (Ladislav, 1990.). Proizvodni proces obuhvaća i sve osoblje i sredstva na kojima se vrše aktivnosti od skladišta ulaznog materijala do skladišta gotovog proizvoda. Promjene na proizvodu, kako njegova oblika, tako i mjesta i vremena upotrebe, često se smatraju dijelom ukupnog procesa proizvodnje tj. ukupnog procesa stvaranja ili dodavanja nove vrijednosti (Buntak i Šuljagić, 2015: 216). Proizvodni proces se sastoji od tehnološkog procesa, transportnog procesa, procesa organizacije i procesa informacija te stoga predstavlja nedjeljivu kombinaciju tehnologije, organizacije i ekonomije (Mikac i Blažević, 2007: 8). Proizvodna funkcija je matematički odnos koji opisuje na koji način količina određenog proizvoda ovisi o količinama upotrebljenih resursa (Karić, 2009: 184). Postoji funkcionalna odnos između količine inputa i outputa i on se može izraziti i matematički na sljedeći način:

količina outputa ( $Y_1$ ) funkcija je količine inputa ( $X_1$ ), odnosno  $Y_1 = f(X_1)$  (Karić, 2009: 184). Proizvodna funkcija pokazuje maksimalnu količinu proizvoda koju neka proizvodna organizacija može proizvesti uz svaku zadanu kombinaciju resursa ili inputa. Ona je izraz postojećeg znanja i tehnologije u određenom vremenu te pruža informacije o količini proizvoda koja se može očekivati kada se inputi spajaju i koriste na unaprijed precizno određen način (Buntak i Šuljagić, 2015: 217). Poslovna ekonomija općenito, pod pojmom proizvodne funkcije, razmatra odnos između inputa i ostvarenog outputa pri danoj razini tehnologije. Glavni zadatak proizvodne funkcije je proizvesti određene proizvode u određenoj količini i kvaliteti u određeno vrijeme s najmanjim troškovima u skladu sa strukturom osnovnih sredstava i kvalifikacijama zaposlenih zajedno s njihovim radnim iskustvom (Žugaj, Šehanović i Cingula, 2004: 278). Bitno je naglasiti da korištenjem sredstava za rad osim planirane zarade, nastaju i troškovi kao što su troškovi investicijskog održavanja, amortizacije, materijalni troškovi itd. O ovim troškovima ovisi krajnji financijski rezultat te na troškove proizvođač može izravno utjecati upotrebom odgovarajuće tehnologije. Sve veći udio proizvodnje za tržište, intenzivno mehaniziranje proizvodnje te velika ulaganja u masovnu proizvodnju zahtijevaju redovito planiranje, praćenje kretanja i kontrolu trošenja svih ekonomskih resursa (Buntak i Šuljagić, 2015: 217). Napredak tehnologije omogućava bolju i veću proizvodnju iz ograničenih inputa. Proizvodna funkcija je kao što je već navedeno jedna od metoda input-output analize, odnosno analiziranja odnosa između ulaganja i učinaka u proizvodnji u neutralnom odnosu, a uz pomoć cijena se taj neutralni odnos izražava vrijednosno. Jedna od svrha proizvodne funkcije je izračun količine učinka koji predstavljaju proizvode, usluge ili outputa koji se može proizvesti mijenjanjem količine upotrijebljenih resursa ili inputa. Proizvodna funkcija može teoretski izražavati:

- 1) izdašnost, to jest maksimalnu količinu outputa koja se može dobiti i određene količine inputa ili
- 2) štedljivost, odnosno minimalnu količinu inputa koja može osigurati određenu količinu outputa (Karić, 2009: 184).

Postoji više funkcija proizvodne funkcije te ona omogućuje:

- 1) predviđanje opsega proizvodnje uz poznate količine i kvalitetu resursa, te uz određene uvjete i metode (tehnologiju) proizvodnje
- 2) izbor najpovoljnije tehnologije za proizvodnju

### 3) izbor kombinacije resursa koja je optimalna za proizvodnju određenog outputa

Proizvodna funkcija služi za izbor najpovoljnije i tehničke najučinkovitije kombinacije resursa za koju se smatra da ne postoji niti jedna druga kombinacija koja bi uz istu količinu inputa rezultirala većom i povoljnijom količinom outputa. U skladu s tim, ekonomskom analizom i proizvodnom funkcijom se na temelju podataka o cijenama resursa i proizvoda utvrđuje ekonomski učinkovita kombinacija resursa. Bitno je naglasiti da se predviđanje opsega proizvodnje može vršiti uz određeni stupanj vjerojatnosti, ali skoro nikada u potpunosti sigurno te je ovaj način predviđanja ograničen i različit u ovisnosti o različitim sektorima odnosno granama proizvodnje jer u svakom sektoru postoje različiti rizici koje je ponekad teško predvidjeti. Na primjer, vjerojatnost ostvarenja predviđene proizvodnje je veća u industrijskog grani, nego u poljoprivrednoj zbog toga što kod poljoprivredne proizvodnje djeluju brojni prirodni faktori koji nisu pod kontrolom čovjeka kao što su npr. vrijeme, odnosno vremenske prilike. Proizvođač ne može mijenjati proizvodnu funkciju, zato što je ona odraz postojeće razine znanja i tehnologije u određenom vremenu te pruža informacije o količini outputa koja se može očekivati uz kombinaciju određenih inputa, ali može birati između alternativnih funkcija. Drugim riječima, proizvođač odlučuje koji će od ponuđenih mnogobrojnih načina proizvodnje specifičnog proizvoda odabrati i upotrijebiti. On također treba znati: količinske odnose između inputa i outputa, potrebne količine inputa za određenu proizvodnju te treba posjedovati znanje o tome kako se inputi mogu transformirati u outpute. Proizvodna funkcija koja ima oblik  $Y = f(X)$  govori donositeljima odluke da količina proizvoda  $Y$  ovisi o količini  $X$ , ali ne objašnjava za koji iznos te je stoga potrebno znati sljedeće informacije:

- 1) informacije o vrstama resursa koji će se upotrijebiti
- 2) informacije o količini upotrijebljenih resursa
- 3) informacije o načinima kombiniranja resursa da bi se proizvele određene količine proizvoda (Karić, 2009: 185)

Tehnologiju u proizvodnji čine prihvaćene opcije kombiniranja resursa u proizvodnji određenog proizvoda. Kemijska, fizička i biološka svojstva resursa određuju vrste i količine proizvoda koji će se dobiti iz određene kombinacije resursa (Karić, 2009: 184). Smatra se da svako poboljšanje tehnologije može povećati veličinu outputa koja se može dobiti iz bilo koje kombinacije inputa te se samim tima i proizvodna funkcija mijenja.

Proizvodna funkcija može imati tri uobičajena oblika, a to su:

1. Linearni (konstantni)
2. Degresivni (opadajući)
3. Progresivni (proizvodni)

Ovi proizvodni oblici odnosa se mogu uočiti tijekom proizvodnje kada se mijenja količina jednog promjenjivog resursa, a količine drugih korištenih resursa su nepromijenjene. Moguće je da količina proizvoda raste za isti iznos za svaku dodanu jedinicu inputa, u tom slučaju govorimo o linearnoj proizvodnoj funkciji, a moguće je također da raste brže ili sporije u odnosu na prethodnu upotrijebljenu jedinicu promjenjivog resursa, kada govorimo o degresivnoj ili progresivnoj proizvodnoj funkciji. Uvriježeno je par različitih naziva za različite oblike proizvodne funkcije, tako se na primjer degresivna proizvodna funkcija naziva još i "ispod proporcionalna" funkcija, progresivna "iznad proporcionalna" proizvodna funkcija, dok je za linearnu karakterističan naziv "proporcionalna". Druga podjela proizvodne funkcije je s obzirom na ritam proizvodnje i to na: (1) kontinuirani tehnološki proces i (2) diskontinuirani tehnološki proces. Kod diskontinuirane ili prekidane proizvodnje nema adekvatne usklađenosti između proizvodnje i prodaje pa se prilikom ovakvog načina proizvodnje proizvodi skladište u posebna skladišta što za posljedicu ima veće troškove u proizvodnji (Kliček, 2014: 3). Kod kontinuirane proizvodnje, s druge strane, nema nakupljanja i nagomilavanja proizvoda jer se koristi kontinuirana proizvodnja uz visoku automatizaciju da bi se izvršio zadatak proizvodne funkcije. Bitno je naglasiti i razlike u proizvodnji s obzirom na vremensko razdoblje, pa tako postoji podjela na kratki i dugi vremenski rok. Kratki rok predstavlja vremensko razdoblje u kojem proizvođač varira veličinu samo nekih faktora proizvodnje ili resursa (npr. rada), dok su veličine drugih inputa fiksne (npr. kapital), dok je dugi rok vremensko razdoblje u kojem su svi faktori koji sudjeluju u proizvodnom procesu promjenjivi.

## **2.2. Proizvodna funkcija i razlike u tehnologiji te promjenjivi resursi i njihova kombinacija**

Pri korištenju proizvodne funkcije, pretpostavlja se da se resursi kombiniraju na točno određeni način. Dvije proizvodne funkcije mogu biti potpuno različite, čak i ako se koristi isti resurs u proizvodnji. Razlika između funkcija nastaje zbog razlike u tehnologiji kojom se resursi koriste u proizvodnji.

Najjednostavnija forma funkcije proizvodnje je linearna matrica, koja opisuje kako se inputi transformiraju u outpute. Ona je, dakle, vanjski matematički opis proizvodnog poduzeća, ako to poduzeće shvatimo kao „crnu kutiju“. Takva matrica naziva se još i tehnologijom (Slika 1.)

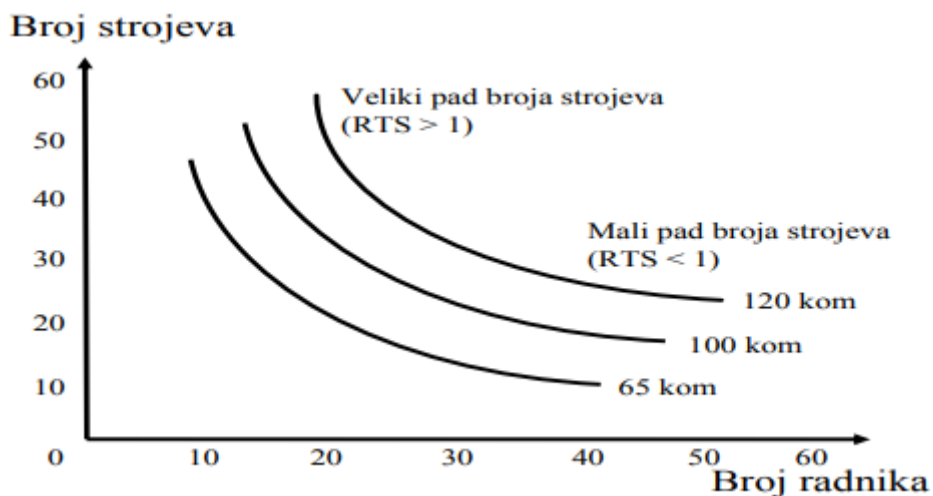
Slika 1. Najjednostavnija forma funkcije proizvodnje

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_j \\ \vdots \\ Q_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & \dots & F_{1i} & \dots & F_{1N} \\ F_{21} & F_{22} & \dots & F_{2i} & \dots & F_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{j1} & F_{j2} & \dots & F_{ji} & \dots & F_{jN} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{M1} & F_{M2} & \dots & F_{Mi} & \dots & F_{MN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_i \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix}, \text{ odnosno: } Q = F \cdot X.$$

Izvor: Sabolić, 2014: 75

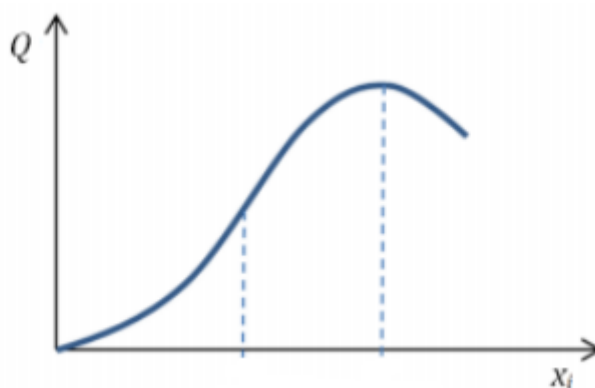
Nadalje, često se javljaju proizvodni problemi čije rješavanje zahtijeva analizu situacija u kojima su promjenljiva dva ili više resursa. Tada je potrebno izabrati kombinaciju resursa koja je optimalna, što znači da se treba pronaći ona kombinacija koja ima najniže troškove u uvjetima nepromjenljivih prihoda ili kombinacija, a koja pak donosi maksimalnu dobit u uvjetima promjenljivih prihoda. Primjer navedene situacije je kada se u proizvodnji plastičnih kupaonskih kada koriste dva promjenljiva resursa. Prvi od njih je kapital, čija je količina izražena brojem strojeva, a drugi od njih je rad, što je izraženo brojem radnika. Prema navedenom, proizvodna funkcija se može izraziti kao  $Q = f(K, L / X, Y, Z)$ . Opseg proizvodnje ovisi o količini promjenljivih resursa kapitala (K) i rada (L), dok su ostali resursi u formuli nepromjenljivi (X,Y,Z). Q označava opseg proizvodnje te se traži određivanje količina resursa kapitala i rada koje treba upotrijebiti. Na grafu 10. su prikazane količine proizvoda koje se mogu pribaviti korištenjem različitih količina resursa kapitala i rada te uz druge resurse na određenoj nepromjenljivoj razini. Povećanje količine korištenih resursa povećavaju se količine proizvoda. Zbog postojanja nepromjenljivih resursa opseg proizvodnje može na određenoj razini ulaganja resursa početi rasti po opadajućoj stopi, stoga je važno izračunati djelovanje zakona opadajućih prinosa (Karić, 2009: 196). Izokvanta je krivulja koja povezuje sve kombinacije čimbenika proizvodnje (rada i kapitala) koje znače isti ukupni proizvod (Ferenčak, 2003: 122). Što je krivulja izokvante udaljenija od ishodišta, to je veći ukupni proizvod. Ekonomski efikasna tehnika proizvodnje jest određena točkom tangiranja izokvante i pravca izotroška.

Grafikon 1. Krivulje jednakih količina proizvoda za različite količine dvaju promjenljivih resursa (izokvantna karta)



Izvor: Karić, 2009: 196

Grafikon 2. Zakon opadajućih prinosa



Izvor: Babić, 1987: 46

Zakon opadajućih prinosa vrijedi za uvjete kratkoročne proizvodnje, dok se udugom vremenskom roku proučavaju prinosi razmjera. Prinosi razmjera predstavljaju povećanje ukupnog proizvoda uslijed istovremenog i jednakog postotnog povećanja svih inputa poduzeća (Ferenčak, 2003: 114). Kombiniranje proizvodnih resursa predstavlja bitno mikroekonomsko pitanje čiji odgovor utječe na izbor kombinacije resursa i tehnologije kojom će se konačni proizvod proizvesti. Potrebno je utvrditi kako proizvođači i proizvodne organizacije odlučuju o načinu proizvodnje s obzirom na to da postoje različiti načini proizvodnje. Proizvođači uvijek nastoje pronaći kombinaciju inputa koja omogućuje proizvodnju određenog opsega tijekom nekog vremenskog razdoblja uz najniže troškove. Da

bi se to omogućilo, proizvođačima je neophodno da znaju proizvodnu funkciju i nabavne cijene resursa. Cilj proizvodne organizacije je osigurati:

- 1) tehničku učinkovitost
- 2) ekonomsku učinkovitost

Tehnička učinkovitost predstavlja fizički pojam kojim se opisuju fizički resursi potrebni za proizvodnju kao što su vrijeme rada radnika, zemljište, vrijeme rada stroja, sirovine itd., a da se pri tome ne uzima u obzir cijena pojedinog resursa (Karić, 2009: 197). Proizvodnja je tehnički efektivna ako se ne rasipa niti jedan od resursa koji se koriste te ako niti jedna druga metoda proizvodnje ne može dati isti učinak korištenjem manjih količina bilo kojeg resursa. Primjer tehnički neučinkovitog rješenja je kada bi jedno poduzeće u proizvodnji umjesto jednog koristilo dva stroja a ako bi pri tome korištenje drugog stroja bilo nepotrebno i ne bi smanjilo potrošnju resursa. Važno je da svako proizvodno poduzeće prati i druge oblike proizvodne učinkovitosti kako bi procijenili što je tehnički, ali i ekonomski isplativije za koristiti. Ekonomska učinkovitost, s druge strane, predstavlja težnju ka proizvodnji uz što manje troškove. Ekonomska učinkovitost daje odgovor na pitanje koje od tehnički učinkovitih kombinacija resursa nosi najniže troškove, odnosno ukazuje na to koje kombinacije resursa je potrebno i povoljno u praksi upotrijebiti. Da bi poduzeće znalo koliko je određena proizvodnja ekonomski učinkovita, mora znati troškove angažiranja radne snage, strojeva, koliko će radnih sati uštedjeti ako se unajmi ili kupi još jedan stroj za proizvodnju itd.. Mjerenjem ekonomske učinkovitosti, na temelju potpunih informacija o cijenama pojedinih resursa, obično samo jedan od mnogih tehnički učinkovitih proizvodnih postupaka, pokazat će se kao najjeftiniji (Karić, 2009: 1987).

Poduzeća mogu uz različite kombinacije resursa proizvesti isti ukupni proizvod. U skladu s navedenim, postupa traženja optimalne kombinacije resursa ima dvije faze:

- 1) određivanje kombinacija minimalni količina resursa, koje osiguravaju tehničku učinkovitost predstavljenu u obliku krivulje izokvante i
- 2) određivanje najpovoljnije kombinacije inputa sa stajališta ekonomske učinkovitosti prikazane u obliku izotroškovnog pravca (Karić, 2009).

Navedeno se grafički prikazuje u obliku izokvante koja predstavlja krivulju koja povezuje sve kombinacije čimbenika proizvodnje (rada i kapitala) koje znače isti ukupni proizvod i izotroškovnog pravca (Ferenčak, 2003: 122). Radi se o prikazivanju proizvodne funkcije i



troškova korištenja kombinacija promjenjivih resursa u proizvodnji izabrane količine proizvoda (Karić, 2009:198). Da bi se mogao koristiti ovakav način grafičkog prikazivanja potrebno je poznavati proizvodne funkcije, ali i cijene promjenjivih resursa. Izokvanta predstavlja krivulju koja prikazuje sve tehnički učinkovite metode koje se mogu upotrijebiti za dobivanje određene količine proizvoda (Karić, 2009: 198). Naziv izokvanta potječe od grčkih riječi "izo"= jednak i "kvanta"= količina što ukazuje na činjenicu da su izokvantne krivulje sve jednakih količina. Svaka točka na izokvantnoj krivulji određuje različitu kombinaciju promjenjivih inputa koja se može upotrijebiti za proizvodnju jednake količine proizvoda, a sve izokvante (kojih može biti par ili beskonačno) prikazane na jednom grafu predstavljaju izokvantnu kartu. Prema navedenom, izokvantna karta služi za prikazivanje kombinacija rada i kapitala (resursa) koji se mogu upotrijebiti za proizvodnju više mogućih razina proizvodnje (Karić, 2009: 198). Što je krivulja izokvante udaljenija od ishodišta, ukupni proizvod je veći, odnosno izokvante koje su udaljenije od ishodišta predstavljaju više razine opsega proizvodnje, a one bliže pripadaju nižim razinama opsega proizvodnje. Ekonomski efikasna tehnika proizvodnje jest određena točkom tangiranja izokvante i pravca izotroška (Štavlić, 2019: 72).

### **2.3. Načelo najnižih troškova i minimalizacija troškova mijenjanjem opsega proizvodnje**

Problem određivanja optimalne kombinacije resursa definira se kao izbor minimalnog opsega proizvodnje, koji se ostvaruje u okviru ograničenih raspoloživih financijskih sredstava, odnosno financijskog plana poduzeća. Polazeći od financijskog ograničenja i iznosa ukupnih troškova važno je pronaći minimalnu razliku opsega proizvodnje. U grafičkom prikazu određivanja optimalne kombinacije resursa poduzeće nastoji zadanim izotroškovnim pravcem dosegnuti izokvantu, što udaljeniju od ishodišta. U točki u kojoj izotroškovni pravac dodiruje izokvantu, nagib izokvante jednak je nagibu izotroškovnog pravca. Na temelju tako definirane jednakosti mogu se utvrditi uvjeti za minimalizaciju troškova proizvodnje. Dakle, na temelju izokvanti i izotroškova poduzeće može minimalizirati troškove proizvodnje određenog opsega proizvodnje, određivanjem kombinacije resursa s najnižim troškovima, odnosno, mora se utvrditi gdje to izokvanta dodiruje najniži izotrošak (Karić, 2009: 206).

Optimalna kombinacija inputa je ona kod koje je omjer graničnih proizvoda i jediničnih cijena inputa jedan. Međutim, ovaj zaključak ne vrijedi za sve parove inputa, što znači da ne vrijedi niti za sve inpute. Ako neko poduzeće u proizvodnji koristi N različitih inputa, ono će optimizirati proizvodnju tako da izabere količinsku kombinaciju inputa kod koje je granični proizvod zadnje jedinice novca jednak za sve inpute. Ovo je pravilo najmanjeg troška čija formula glasi

Slika 2. Pravilo najmanjeg troška

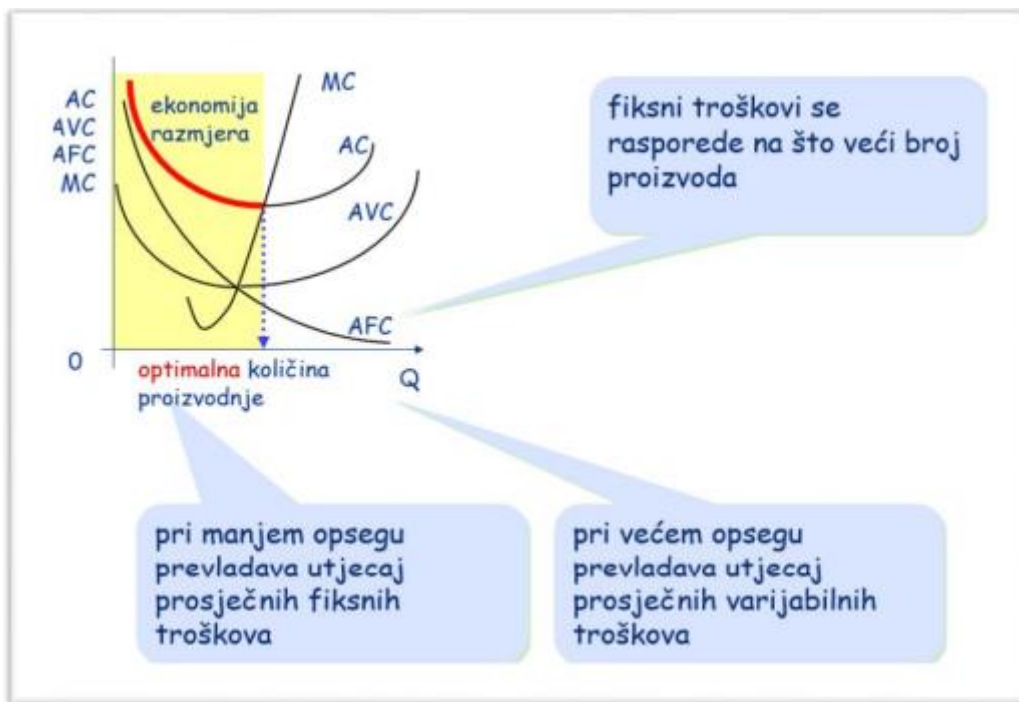
$$\frac{Q_{M,1}}{P_1} = \frac{Q_{M,2}}{P_2} = \frac{Q_{M,3}}{P_3} = \dots = \frac{Q_{M,i}}{P_i} = \dots = \frac{Q_{M,N}}{P_N}.$$

Izvor: Sabolić, 2014: 84-85

Kada ne bi bilo ovako, poduzeće bi znalo kako nije u optimalnoj točki jer bi bilo očito da trenutno ima neke inpute koji su manje učinkoviti, odnosno, koji su skuplji. Tada bi se rekonstruirala proizvodnja kupujući više efikasnih inputa i istodobno rješavajući se onih manje efikasnih inputa. Međutim, zbog zakona padajućeg graničnog proizvoda, inputi čije bi korištenje raslo bi bili u graničnom smislu manje efikasniji, a oni čije bi padalo bi bili u graničnom smislu više efikasniji te bi u nekom trenutku došlo do izjednačenja. Na taj način bi poduzeće na kraju eliminiralo razlike u troškovnoj učinkovitosti svih inputa koje koristi, i došlo bi u stanje optimuma. Nadalje, poduzeće pri minimalizaciji troškova određenog opsega proizvodnje bira tehnički i ekonomski učinkovitu kombinaciju proizvodnih inputa za ostvarenje željene količine proizvoda. Međutim, razina troškova i ukupna uspješnost poduzeća ovise i o izvoru razine njegova opsega proizvodnje. Kako bi se ekonomskom analizom pokazala ovisnost troškova o opsegu proizvodnje potrebno je za svaku razinu proizvodnje odrediti količine proizvodnih resursa koji minimaliziraju troškove poduzeća i onda izračunati iznose troškova koji korištenjem tih resursa nastaju (Karić, 2009: 208). Granični trošak proizvodnje je dodatni trošak koji nastaje proizvodnjom 1 dodatne jedinice proizvoda. Oni nastaju promjenom opsega proizvodnje i mogu se izračunati pri bilo kojoj razini proizvodnje dijeljenjem promjene ukupnog troška s promjenom proizvedene količine (Štavlić, 2011:153). Jedna od nužnih pretpostavki ostvarivanja profita minimaliziranje je ukupnog troška ili uporaba ekonomski efikasne proizvodnje. Optimalni izbor proizvođača

(kombinaciju inputa koja osigurava proizvodnju outputa uz minimalni trošak) može se prikazati i grafički pomoću crte izotroška.

Slika 3. Prikaz troškova i optimalne proizvodnje u uvjetima masovne proizvodnje



Izvor: Štavlić, 2011: 156

### 3. Metodologija rada

Kako se radi o uglavnom teorijskom završnom radu, u istraživačkom dijelu rada su prikazana glavna istraživanja koja upućuju na praktičnost i nezaobilaznost proizvodne funkcije u poduzećima. Cilj rada je objašnjavanje proizvodne funkcije s jednim promjenljivim resursima, njezinih oblika, slojeva i utjecaja promjene u tehnologiji proizvodnje. Također je cilj objašnjavanje funkcije proizvodnje s više promjenjivih resursa te prikaznačina određivanja optimalna kombinacija resursa. Prvenstveno su prikazane vrste i oblici proizvodne funkcije te njezina primjena te su postavljene sljedeće hipoteze:

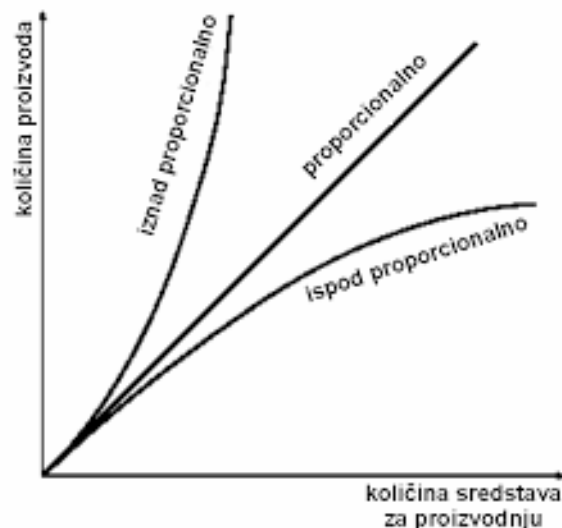
1. Postoje tri osnovna oblika proizvodne funkcije, koji se razlikuju po količini inputa, prinosa, resursa i outputa.
2. Odnosi između inputa i outputa se mogu podijeliti u četiri sloja, što za rezultat daje odvajanje dijela proizvodnje koji je ekonomski prihvatljiv – sloj racionalne proizvodnje, od ostalih razina proizvodnje koji nisu ekonomski prihvatljivi – slojevi neracionalne proizvodnje (Karić, 2009: 192).
3. Razlika između funkcija nastaje zbog razlike u tehnologiji kojom se resursi koriste u proizvodnji.
4. Smjer izokvante služi prikazivanju proizvodne funkcije i troškova korištenja kombinacija promjenjivih resursa u proizvodnji izabrane količine proizvoda.
5. Jedan resurs bi se trebao mijenjati drugim resursom sve dok je granični proizvod jednog resursa po novčanoj jedinici koja je potrošena veći od graničnog proizvoda drugog resursa po potrošenoj novčanoj jedinici, kako bi se zadovoljilo načelo najmanjih troškova.

## 4. Opis istraživanja i rezultati istraživanja

### 4.1. Primjena i razlike uobičajenih oblika proizvodne funkcije

Kao odgovor na prvu postavljenu hipotezu prikazana su tri osnovna oblika proizvodne funkcije te njihova primjena. Proizvodna funkcija se može izraziti u obliku tablice, algebarskog izraza i grafikona, a u grafičkom prikazu broj 3. su prikazana 3 opća oblika proizvodne funkcije.

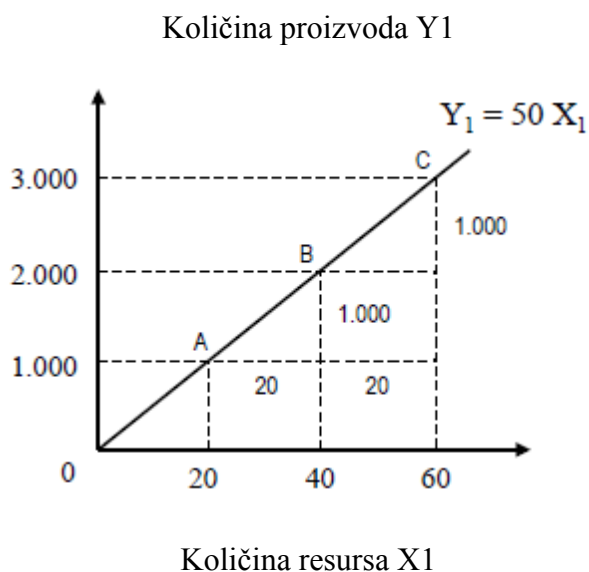
Grafikon 3. Opći oblik proizvodne funkcije



Izvor: Karić, 2009: 183-190

Linearna proizvodna funkcija se naziva još i proporcionalna i izraz je konstantnog odnosa između količine prinosa i količine jednog promjenjivog resursa u kojem količina prinosa raste za isti iznos svaki put kada se doda jedinica resursa (Karić, 2009: 188). Linearna proizvodna funkcija prikazana grafički ima isti nagib, što predstavlja geometrijski pojam koji označava koeficijent smjera, u cijelom rasponu ulaganja promjenjivog resursa.

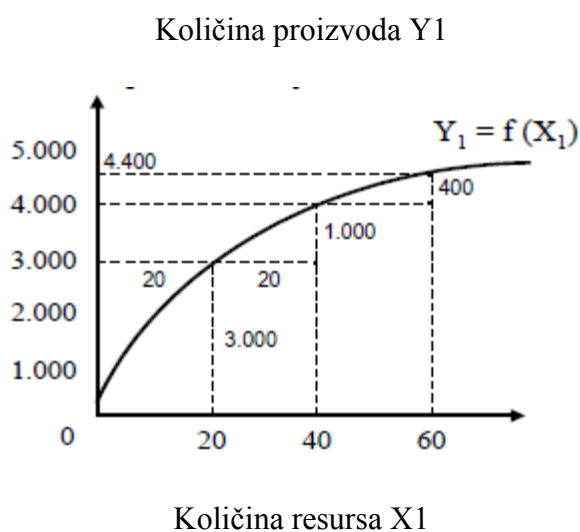
Grafikon 4. Linearna proizvodna funkcija s jednim promjenjivim resursom



Izvor: Karić, 2009: 188.

Analizirajući grafički prikaz, vidljivo je da je promjena  $Y_1=1000$ , a promjena  $X_1=20$ , prema tome je nagib (koji se računa kao količnik okomitog razmaka i vodoravnog razmaka) jednak  $1000/20$  odnosno 50. Budući da je prikazana proizvodna funkcija linearna, dobiveni nagib od 50 je jednak u bilo kojem dijelu krivulje te se  $Y_1$  povećava za 50 jedinica za svaku jedinicu povećanja  $X_1$ . Drugim riječima, ako se  $X_1$  poveća za 1000 jedinica,  $Y_1$  će se povećati za 20 jedinica, a koeficijent nagiba će ostati 50. Prikazani primjer se rijetko dobije u praksi te je moguće da se javi samo u određenim uvjetima i u nekim djelatnostima, na primjer u poljoprivredi se potrošnja goriva stroja određene snage povećava konstantno (podjednako) s povećanjem površine zemlje u hektarima (Karić, 2009: 188). Drugi oblik proizvodne funkcije je opadajuća ili degresivna funkcija koja predstavlja izraz opadajućeg odnosa količine inputa i količine jednog promjenjivog resursa. Grafički prikaz degresivne proizvodne funkcije ima oblik krivulje s konkavnom zakrivljenošću u odnosu na apscisu ili X-os – kako se resursi dodaju,  $Y_1$  se smanjuje za svaki dani  $X_1$ , a time nagib krivulje postaje sve manji (Karić, 2009: 188). Slijedi grafički prikaz navedenoga oblika proizvodne funkcije.

Grafikon 5. Prikaz degresivne proizvodne funkcije s jednim promjenjivim resursom

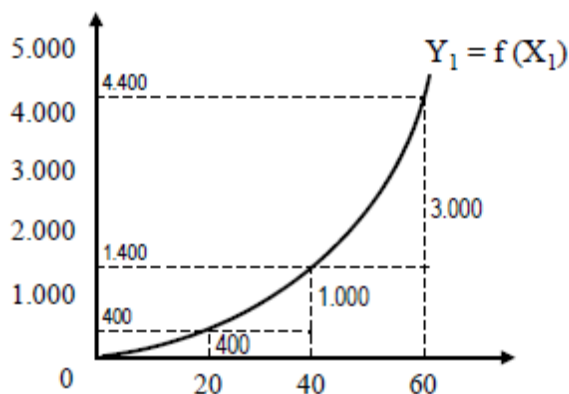


Izvor: Karić, 2009: 189.

Degresivna proizvodna funkcija se najčešće pojavljuje u poljoprivrednoj proizvodnji gdje se s porastom utroška nekog resursa granični prinosi smanjuju ili čak postaju negativni. Jedan od glavnih resursa u poljoprivredi je obradiva površina koja je ograničeno raspoloživa te utječe na pojavu opadajućih prinosa pri količini ulaganja drugih resursa (Karić, 2009: 188). Negativni prinosi se također javljaju u četvrtom sloju proizvodnje kada proizvođač poveća količinu promjenjivog resursa, a ukupni prinos u apsolutnom iznosu opada. Kod progresivne proizvodne funkcije ukupni prinos se povećava po rastućoj stopi tako da granični prinos raste (Karić, 2009: 189). Na Grafu 4. je prikazana proizvodna funkcija s rastućim prinosima gdje je oblik krivulje konveksno zakrivljen u odnosu na apscisu ili X-os. Unutar ove proizvodne funkcije je pravilo da što je veći prtok resursa, nagib krivulje postaje sve strmiji.

Grafikon 6. Prikaz progresivne proizvodne funkcije s jednim promjenjivim resursom

Količina proizvoda  $Y_1$



Količina resursa  $X_1$

Izvor: Karić, 2009: 189

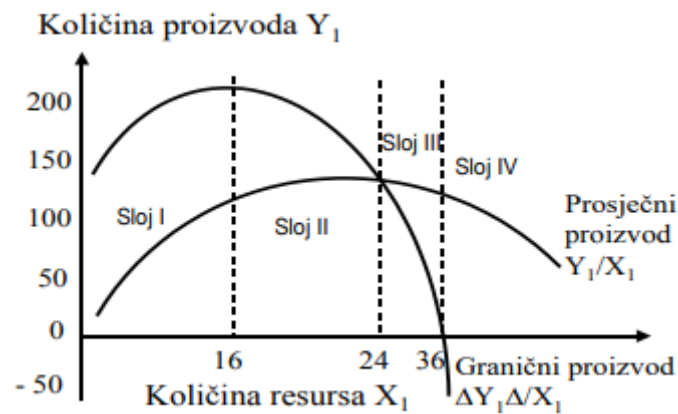
Analizirajući progresivnu proizvodnu funkciju, bitno je naglasiti da se ona u praksi ne javlja često i javlja se većinom na niskim razinama ulaganja resursa, odnosno u početnoj fazi utroška promjenjivog resursa. Prinos raste zbog povećanja racionalnosti procesa proizvodnje, sve manje potrošnje promjenjivog resursa, primjene boljih radnih postupaka, korištenja većih kapaciteta itd..

#### 4.2. Slojevi proizvodne funkcije

Kao odgovor na drugu hipotezu prikazani su slojevi proizvodne funkcije i razlika između racionalne i neracionalne proizvodnje. Prvi sloj se proteže od razine promjenjivog resursa pri kojoj je granični proizvod maksimalan (Grafikon 7.). Drugi sloj završava na razini resursa gdje prosječni prinos ostaje maksimalan. Treći sloj započinje na razini ulaganja promjenjivog resursa gdje je prosječni prinos maksimalan i jednak graničnom prinosu. Četvrti sloj je poznat po smanjenju ukupnog proizvoda te je granični prinos negativan.



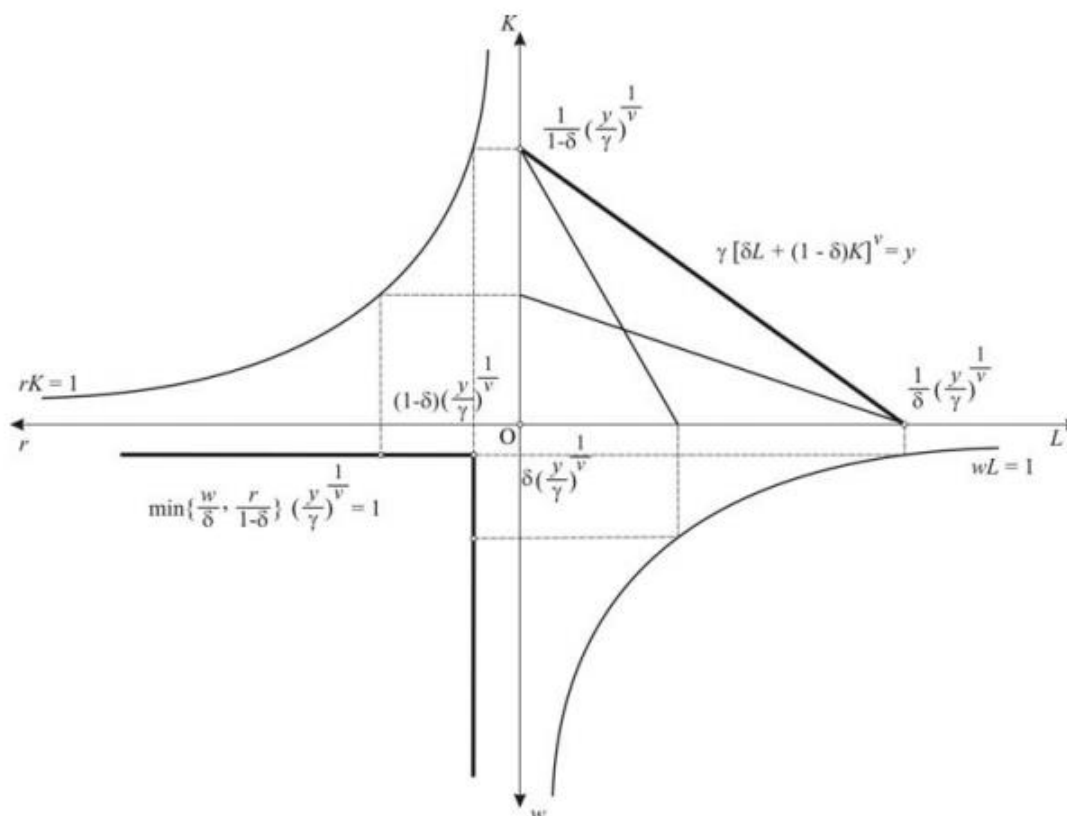
Grafikon 7. Prosječni i granični proizvod i slojevi proizvodnje



Izvor: Karić, 2009:191

Slojevi proizvodne funkcije mogu se analizirati sa stajališta stupnja elastičnosti proizvodnje. Elastičnost se često koristi u suvremenoj tržišnoj ekonomiji kako bi se opisalo ponašanje potrošača i proizvođača, odnosno kupaca i prodavača na tržištu. Na primjer, pojam elastičnosti opisuje koliko su ponuda i potražnja osjetljive na promjenu cijena. Elastičnost proizvodnje je omjer relativne (postotne) promjene vrijednosti funkcije (ukupnog proizvoda) i relativne (postotne) promjene neovisne varijable (količine promjenljivog resursa). Dakle, elastičnost proizvodnje je mjera reagiranja količine ukupnog prinosa (fizičkog proizvoda) na promjenu količine promjenljivog resursa (Karić, 2009: 193). Tehnologija se može opisati funkcijom proizvodnje i funkcijom minimalnih ukupnih ekonomskih troškova. U izvođenju funkcije troškova s izokvante koju čine tehnološki efikasne kombinacije utrošaka rada i kapitala izdvaja se ekonomski efikasna kombinaciju. Promjene na savršeno konkurentnim tržištima faktora proizvodnje navode aktivnog proizvođača da skuplje faktore proizvodnje zamjenjuje jeftinijima. Lakoću supstitucije mjeri elastičnost supstitucije, elastičnost kapitalne opremljenosti rada, s obzirom na graničnu stopu tehničke supstitucije. U primjenama je se često koristi Cobb-Douglasova funkcija proizvodnjeu kojoj se pojavljuju parametar efikasnost,  $\theta$ , parametar distribucije,  $\alpha$  i parametar prinosa,  $\beta$ . Primjerice, kad bi odnos cijena bio jednak konstantnoj stopi tehničke supstitucije, povećanje cijene jednog faktora proizvodnje ne bi imao utjecaj na minimalne ukupne troškove. Relativno skuplji faktor proizvodnje u potpunosti se zamjenjuje relativno jeftinijih faktorom. Faktori su proizvodnje savršeno supstitutabilni, a cijene savršeno komplementarne (Vrankići Oraić, 2009: 144).

Grafikon 8. Savršeno supstitutabilni faktori proizvodnje i savršeno komplementarne cijene



Izvor: Vrankići Oraić, 2009: 149

### 4.3. Razlika između funkcija zbog razlike u tehnologiji

Razlika između funkcija nastaje zbog razlike u tehnologiji kojom se resursi koriste u proizvodnji. Primjerice, primjena dušika kao gnojiva u proizvodnji djeteline može dati različite rezultate ovisno o mjesecu u kojem je gnojivo primijenjeno. Kada se poveća količina proizvoda koji se dobiva iz neke količine resursa taj proces se smatra promjenom tehnologije. Poboljšanje tehnologije povećava maksimalni proizvod koji se može dobiti iz bilo koje kombinacije resursa i zato ima za rezultat novu proizvodnu funkciju. (Karić, 2009: 195).

Tablica 1. Utjecaj vremena primjene dušika na prinos djeteline

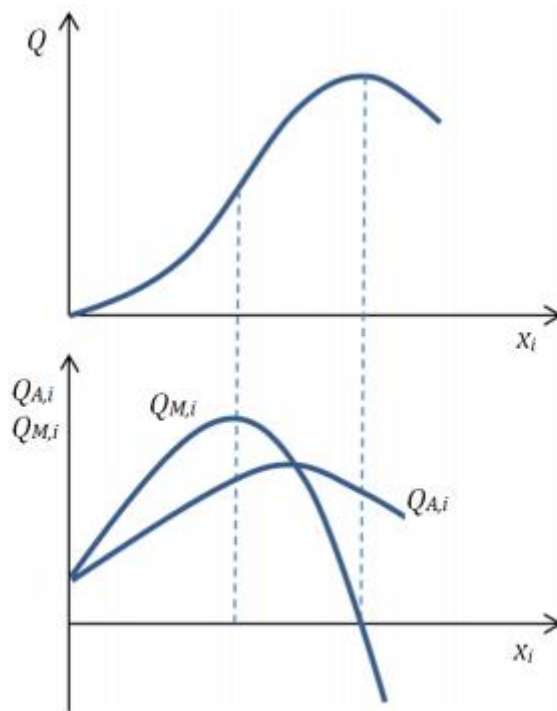
Mjesec	Količina djeteline (u kg)	Indeks (veljača = 100)
Svibanj	1.769	63
Kolovoz	2.161	77
Listopad	1.605	57 minimum
Veljača	2.820	100 maksimum

Izvor: Karić, 2009: 195

Na primjeru iz tablice se pokazuje da se od 50 g dušika najveći prinosi mogu dobiti ako je primijenjen u veljači. Primjena dušika u veljači je najbolja osim ako su troškovi primjene veći u tom mjesecu u odnosu na druge mjesece. Kada nema nikakve razlike u troškovima između različitih tehnologija, proizvođač bi trebao izabrati tehnologiju koja daje veću količinu proizvoda za bilo koju poznatu količinu resursa. Važno je znati kako definicija graničnog proizvoda vrijedi u uvjetima kada se sve količine inputa drže konstantnima, a mijenja se samo količina jednog od njih. Tada će se uočiti specifičan oblik funkcionalne zavisnosti ukupnog i graničnog proizvoda. Dodatnim angažmanom samo jednog inputa ukupni će proizvod rasti do neke granice, a zatim će početi padati. Ovo je najlakše objasniti na primjeru vinograda pred berbu. U vinogradima postoji stalno zaposleno osoblje koje vodi brigu oko nasada, međutim, za vrijeme berbe se unajmljuje sezonska radna snaga koja će pomoći pobrati grožđe u vrlo kratkom vremenu, na primjer, u pet dana. Ukupni i granični proizvod se promatraju kao količine radne snage kao inputa. Polazi se od pretpostavke da je vinograd velik za stotinjak ljudi. Ako u pet dana raspoloživih za berbu vinogradar ne angažira niti jednog sezonskog radnika, količina ubranog grožđa (output) će biti vrlo mala. Odnosno, količina ubranog grožđa bit će veća što je veći broj angažiranih sezonaca. Postoji situacija s zaposlenjem većeg broja sezonaca od optimalnog broja. U toj situaciji će oni početi smetati jedni drugima, pa će ukupni proizvod angažiranjem dodatnih sezonaca rasti sve sporije. Ako vlasnik pogrešno procijeni, pa angažira previše radnika, zbog opće gužve oni će uspjeti ubrati manje grožđa nego da ih je angažiran manji broj. Prema tome, ukupni proizvod, kao funkcija inputa sezonskih radnika, najprije raste s brojem radnika, ali sporo te na kraju pada, što definira zakon padajućih prinosa, odnosno zakon padajućeg graničnog proizvoda. Sljedeći primjer je primjer primjene pesticida u vinogradu. Pesticidi predstavljaju jeftini input u proizvodnji grožđa. Početna količina pesticida je korisna jer uništava nametnike i osigurava veći prinos. Međutim, korištenjem daljnjih dodatnih količina pesticida grožđe postaje suvišno zatrovano te ga treba dodatno ispirati, što košta ili ga prodavati po vrlo niskoj cijeni. Korištenjem

ekstremnih količina i sama biljka biološki strada od pesticida, pa proizvedena količina grožđa i u količinskom smislu počinje padati.

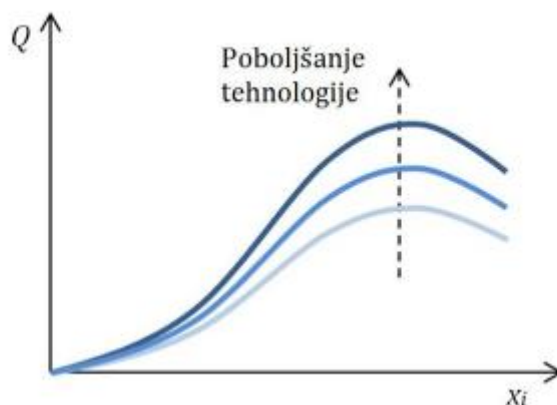
Grafikon 9. Zakon padajućih prinosa



Izvor: Sabolić, 2014: 78

Graf 9. prikazuje zakon padajućih prinosa, koji opisuje kako granični proizvod faktora pada s porastom njihove količine. Krivulja ukupnog proizvoda  $Q$  na početku, pri razmjerno malim količinama inputa, granični proizvod  $QM$  može biti rastuća funkcija, ako input karakterizira neki minimalni prag djelovanja, prije kojeg proizvod raste vrlo sporo ili nimalo, ali nakon određene količine  $QM$  počinje padati, do negativnih vrijednosti  $QA$ . Prosječni proizvod raste sve dok je granični proizvod veći od prosječnog, a kada granični proizvod postane manji od prosječnog, krivulja prosječnog troška ostaje padajuća.

Grafikon 10. Utjecaj tehnološkog napretka na proizvodnu funkciju



Izvor: Sabolić, 2014: 79

Na Grafu 10. je prikazan utjecaj tehnološkog napretka na funkciju proizvodnje. Tehnološki napredak vodi ka povećanju produktivnosti rada, jer je za proizvodnju istog outputa potrebno manje rada, s obzirom da tehnologija preuzima dio poslova od ljudi. Povećanje produktivnosti rada glavni je izvor blagostanja suvremenog doba (Sabolić, 2014: 77-79).

#### 4.4. Izokvante i izotroškovne karte

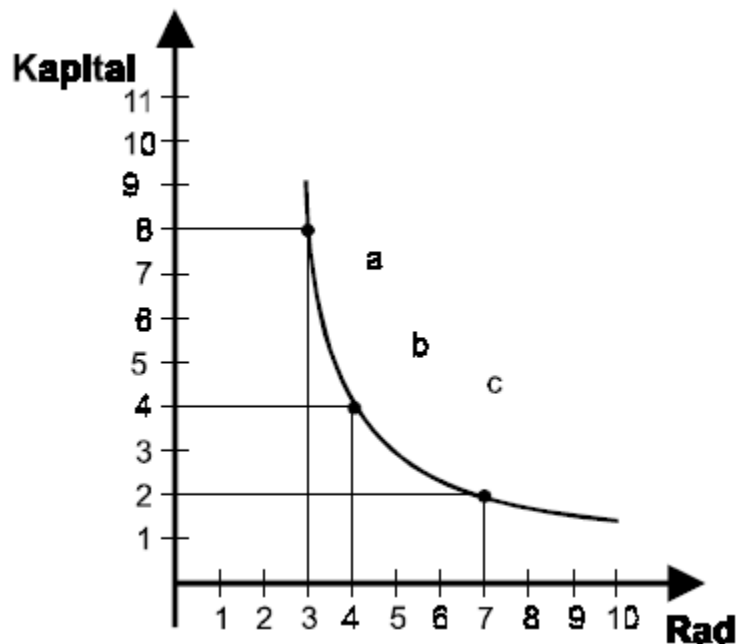
Slijedi grafički prikaz crte izokvante za tri vrste proizvodnje u kojem u prvom slučaju imamo sljedeće novčane vrijednosti jedinica:

a) kapital= 8, rad= 3

b) kapital=4, rad=4 i

c) kapital=2, rad=7

Grafikon 11. Prikaz crte izokvante



Izvor: Ferenčak, 2003: 123

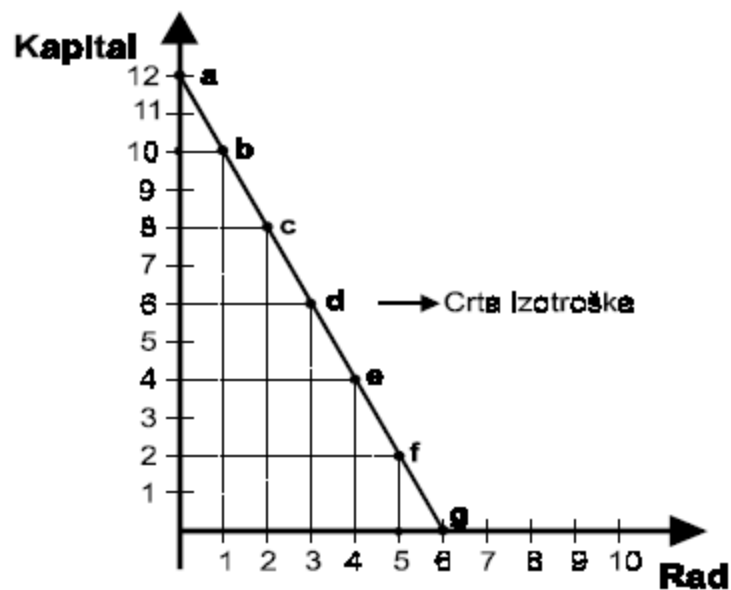
Bitna obilježja izokvante su sljedeća:

- 1) negativni nagib, odnosno opadajuća krivulja
- 2) konveksnost u odnosu na središte i
- 3) udaljenost od ishoda koja znači veličinu opsega proizvodnje (Karić, 2009: 198).

Nagib izokvante pokazuje kako se jedan resurs može zamijeniti drugim, a da pritom ukupni proizvod ostane nepromijenjen. Navedeno se može izračunati pomoću granične stope supstitucije. Granična stopa supstitucije kapitala radom pokazuje koliko je jedinica kapitala proizvođač spreman žrtvovati po jediničnom povećanju inputa rada, a da, za to vrijeme, ukupni proizvod ostane nepromijenjen (Štavlić, 2019: 72). Granična stopa supstitucije kapitala radom jest pozitivan broj i izračunava se kao kvocijent odgovarajućeg smanjenja kapitala i povećanja rada (Ferenčak, 2003: 214). Ukoliko na primjer, granična stopa supstitucije kapitala radom iznosi 2, to znači da je organizacija voljna odustati od 2 jedinice kapitala po jediničnom povećanju inputa rada, a što neće rezultirati niti smanjenjem, niti povećanjem outputa.

Optimalan izbor inputa koji će osigurati proizvodnju outputa uz minimalni trošak se može prikazati grafički pomoću crte izotroška koja povezuje sve kombinacije resursa (npr. rad i kapital) koje znače isti ukupni trošak (Ferenčak, 2003: 117). Izotroškovni pravac prikazuje koje kombinacije resursa organizacija može kupiti za određeni trošak te nagib izotroškovnih pravaca ovisi o cijenama inputa (Karić, 2009:202). Promjene u crti izotroška se uspoređuju s promjenama pravca proračuna, tj. pravac proračuna se mijenja ako dođe do promjene cijene resursa (Štavlić, 2019: 75). Sveukupan prikaz crta izotroška čini kartu izotroškova koja predstavlja seriju crta izotroška koje su paralelne, ali različito udaljene od ishodišta koordinatnog sustava. Slijedi grafički prikaz crte izotroška za primjer u kojem je organizacija spremna uložiti 120 novčanih jedinica za nabavku čimbenika (npr. rada i kapitala). Cijena jedinice rada iznosi 20, a cijena jedinice kapitala 10 te su na grafičkom prikazu prikazane moguće različite kombinacije količine kapitala i rada uz isti trošak.

Grafikon 12. Prikaz crte izotroška



Izvor: Ferenčak, 2003: 118

Zaključno, izokvantna karta ilustrira proizvodnu funkciju s dva promjenjiva resursa za sve moguće količine proizvoda koje bi organizacija proizvodila, dok izotroškovna karta daje informacije o cijenama resursa koji se namjeravaju koristiti.

#### 4.5. Određivanje optimalne kombinacije resursa

Određivanje optimalne kombinacije resursa je jedna od nužnih postavki realizacije maksimalnog profita. Postupak određivanja optimalne kombinacije resursa se obično sastoji od konstruiranja tablice ili grafičkog prikaza izokvante i crte izotroška te slijedi hipotetski primjer istoga. Pretpostavimo da imamo 3 tehnike proizvodnje i podatke o trošku kapitala i trošku rada koji zajedno daju podatke o ukupnom trošku. Podaci su prikazani u Tablici broj 2.

Tablica 2. Prikaz različitih tehnika proizvodnje s troškovima inputa

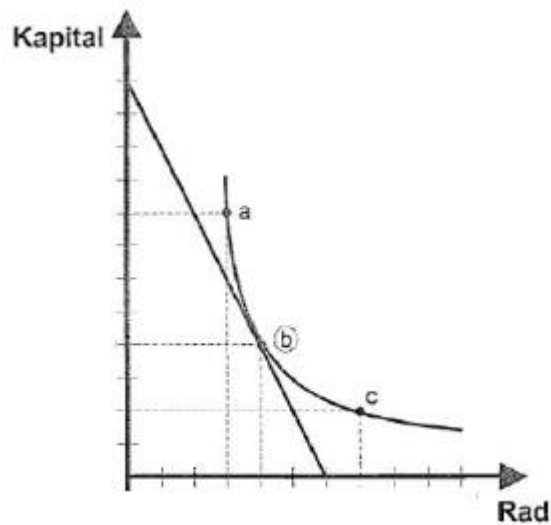
Tehnika proizvodnje	Trošak kapitala (K*Ck)	Troškovi rada (R*Cr)	Ukupni trošak
A	8*10=80	3*20=60	140
B	4*10=40	4*20=80	120
C	2*10=20	7*20=140	160

Izvor: Ferenčak, 2003: 126

Uvidom u prikazanu tablicu uočava se da je ekonomski najpovoljnija kombinacija – kombinacija b. Ako se navedeno prikaže crtom izokvante i izotroška, dobit će se prikaz tangiranja izokvante i izotroška (Graf 14.). Kada izotroškovni pravac presjeca izokvantu, moguće je naći optimalnu kombinaciju resursa, a kretanjem niz izokvantu može se doći do niže razine ukupnog troška. Izotroškovni pravac koji odgovara najnižim mogućim ukupnim troškovima je onaj koji čini tangentu na izokvantu, to jest pravac koji dodiruje izokvantu u jednoj točki (Karić, 2009:204). U točki tangiranja izjednačeni su kutovi crte izokvante i izotroška, gdje kut crte izotroška određuje relativna cijena inputa ( $C_r/C_k$ ), a kut izokvante granična stopa supstitucije kapitala radom ( $\Delta K/\Delta R$ ) (Ferenčak, 2003: 127). Prema navedenom ako proizvođač želi ekonomski isplativ proizvod mora izjednačiti graničnu stopu supstitucije kapitala radom s relativnom cijenom inputa.



Grafikon 13. Prikaz tangiranja izokvante i crte izotroška

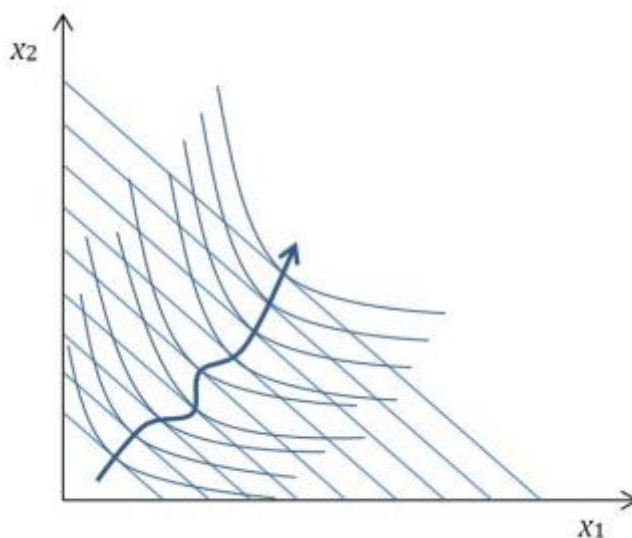


Izvor: Ferenčak, 2003: 127

#### 4.6 Načelo najnižih troškova u praksi

Kada neko poduzeće vrši ekspanziju proizvodnje u kratkom roku, potrebno je razmotriti više pravaca budžetskog ograničenja i više izokvanti, što se može u istom grafu. Ako poduzeće dobro posluje, akumulirajući dobit te postiže sve viša raspoloživa sredstva za varijabilne inpute, točke u kojima će poduzeće raditi pomiču se od ishodišta prema van po trajektoriji koju čine dirališta pravaca budžetskog ograničenja i izokvanata na sve višoj razini proizvodnje. Duž čitave linije poduzeće je u ravnoteži, odnosno, poduzeće ostvaruje načelo najmanjeg troška, samo pri različitim razinama proizvodnje (Sabolić, 2014: 85).

Grafikon 14. Više pravaca budžetskog ograničenja i više izokvanti, prikazano na jednom grafu



Izvor: Sabolić, 2014: 85

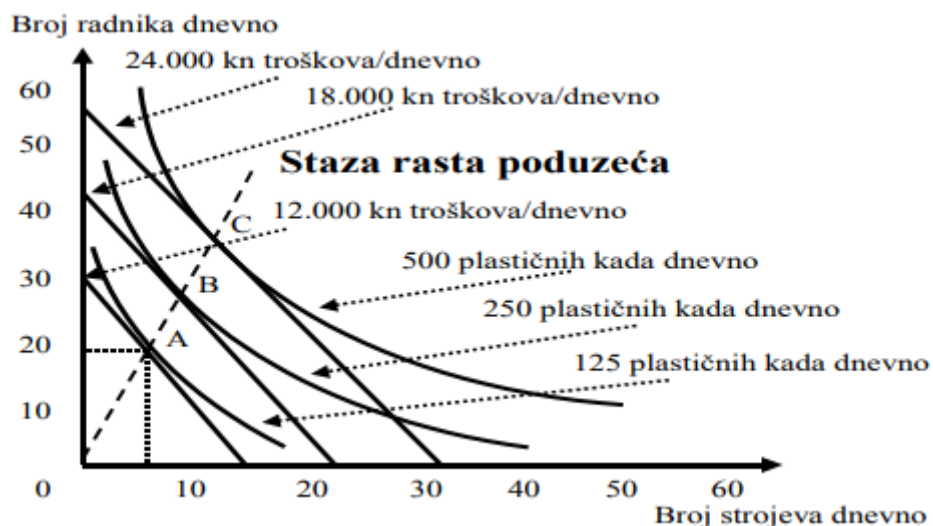
Na primjeru načelo najnižih troškova izgleda ovako. Što bi poduzeće učinilo ako bi cijena rada porasla sa 200 kn po radniku na 800 kn po radniku, dok cijena kapitala ostaje jednaka na 400 kn po stroju. Normalno je očekivati da bi poduzeće počelo zamjenjivati radnike koji su postali skuplji, strojevima (kapitalom) koji su postali razmjerno jeftiniji. Cijena je rada sada dvostruko veća od cijene kapitala tako da je nagib novog pravca jednakih troškova  $1/2$  umjesto  $2$ , to jest pravac je manje strm. Novi najniži pravac jednakih troškova ima sada novu točku dodira s izokvantom. Ukupni trošak proizvodnje za isti opseg proizvodnje sada je udvostručen (rad sada košta četiri puta više, a kapital je ostao na istoj razini). Budući da se i dalje proizvodi jednaka količina proizvoda, zbog četiri puta veće cijene rada prosječni trošak je udvostručen. Optimalni omjer broja radnika prema broju strojeva sada je 1 radnik prema 2 stroja ili  $1/2$  radnika na jedan stroj. Proizvodni proces je sada postao manje radno intenzivan, a više kapitalno intenzivan. Uobičajeni proces u razvitku gospodarstva proteklih godina bio je upravo takav. Rad je postajao razmjerno skuplji resurs u odnosu na kapital te je vremenom sve više zamjenjivan zahvaljujući investicijama u kapitalnu opremu, a proizvodni proces u sve većoj mjeri postaje mehaniziran, automatiziran i robotiziran. Kapitalno intenzivna proizvodnja sve više zamjenjuje radno intenzivnu. Menadžeri poduzeća biraju metodu proizvodnje s najnižim troškovima, koja ovisi o cijenama resursa i o graničnoj stopi tehničke zamjene (tehnologiji). Promjene cijena mijenjaju nagib izotroškovnog pravca, a promjene

tehnologije nagib izokvante, te zahtijevaju pomak prema novoj metodi proizvodnje s najnižim troškovima (Karić, 2009: 207).

#### 4.7. Minimalizacija troškova u poduzeću

Analiza minimalizacije troškova može se izvršiti za svaku razinu opsega proizvodnje koju poduzeće želi razmatrati. Za svaku razinu opsega proizvodnje (Q) određuje se kombinacija resursa koja minimalizira troškove određene proizvodnje. Ako cijene resursa ostaju nepromijenjene, može se jednostavno odrediti točka minimalnih troškova svakog opsega proizvodnje koji poduzeće izabere. Rezultati te analize mogu se prikazati grafički. Svaka od točaka A, B i C predstavlja mjesto dodira (tangiranja) jedne krivulje jednakih troškova (izotroška) i jedne krivulje jednakih količina (izokvante) poduzeća.

Grafikon 15. Staza rasta poduzeća – minimalizacija troškova



Izvor: Karić, 2009: 208

U primjeru staza rasta poduzeća prikazuje kombinacije najnižih troškova rada i kapitala koji se mogu upotrijebiti za proizvodnju bilo koje razine opsega proizvodnje u dugom roku, u kojem su oba proizvodna resursa promjenljiva. Staza rasta ne mora biti pravac. Kako se povećava opseg proizvodnje, tako korištene količine jednog resursa mogu rasti brže od korištenih količina drugog resursa. Koji resurs će rasti brže ovisi o obliku izokvanti.

## 5. Rasprava

S obzirom na tri osnovna oblika proizvodne funkcije, važno je objasniti i argumentirati njihove razlike. Kod linearne proizvodne funkcije, se uvođenjem iste količine outputa uvijek za istu mjeru povećava promjena ili prirast u outputu. Ovakav nagib se označava sa  $\Delta$  (delta) i kod linearne funkcije je on stalan ili konstanta. Kod degresivne funkcije svaka dodatna jedinica resursa rezultira sve manjim rastom prinosa ili proizvoda u odnosu na prethodnu jedinicu. Progresivna proizvodna funkcija je rastući odnos između količine inputa i količine outputa gdje svaka dodana jedinica resursa rezultira većim porastom proizvoda, odnosno outputa u odnosu na prethodnu jedinicu. Klasična proizvodna funkcija predstavlja kombinaciju sva tri objašnjena općih oblika proizvodne funkcije. Odnosi između inputa i outputa se mogu podijeliti u četiri sloga, što za rezultat daje odvajanje dijela proizvodnje koji je ekonomski prihvatljiv, od ostalih razina proizvodnje koji su ekonomski prihvatljivi (Karić, 2009: 192). Prvi sloj se proteže od razine promjenjivog resursa pri kojoj je granični proizvod maksimalan. Granični prinos raste te je veći od prosječnog prinosa te njegov prinos utječe na povećanje ukupnog prinosa, odnosno da se ukupni prinos povećava progresivno. Pri niskoj razini promjenjivog resursa dodatne jedinice tog resursa omogućavaju bolje korištenje raspoloživih konstantnih resursa. Drugi sloj završava na razini resursa gdje prosječni prinos ostaje maksimalan. Karić (2009:192) navodi kako će za proizvođača uvijek biti profitabilno nastaviti dodavati resurse sve dok se prosječni proizvod ne povećava, odnosno ako se želi postići maksimalni dobitak, uvijek će se isplatiti ići do točke najvišeg prosječnog prinosa. U slučaju kada je količina raspoloživog promjenjivog resursa ograničena, ostvarit će se veći prinos kada se jedan dio fiksnih resursa ne koristi, a ostali dio tih resursa se kombinira s dovoljnom količinom promjenjivog resursa. Treći sloj započinje na razini ulaganja promjenjivog resursa gdje je prosječni prinos maksimalan i jednak graničnom prinosu. Dakle, drugi sloj kao i četvrti postavlja granice profitabilnom sloju, odnosno sloju najprofitabilnije razine proizvodnje. Treći sloj predstavlja sloj racionalne proizvodnje s maksimalnim dobitkom, jer se ukupni prinos povećava, granično se smanje ali je pozitivan, a prosječni se smanje ali je i dalje veći od graničnog prinosa. Dakle, prosječni i granični prinos opadaju, ali imaju pozitivnu vrijednost koja utječe na rast ukupnog prinosa. Sloj racionalne proizvodnje je raspon ulaganja resursa u okviru kojeg se nalazi najprofitabilnija razina proizvodnje. Četvrti sloj je poznat po smanjenju ukupnog proizvoda te je granični prinos negativan. Kako u ovom sloju dodatne količine resursa smanjuju ukupni output, na temelju fizičkog kretanja

proizvodnje se može zaključiti kako nije profitabilno raditi s ovom kombinacijom resursa. Točka u kojoj granični prinos postaje nula predstavlja maksimalnu količinu promjenljivog resursa koji će ikada biti profitabilno koristiti u kombinaciji s drugim resursima (Karić, 2009: 192). Nadalje, što se tiče primjene tehnologije u proizvodnoj funkciji, važno je zapaziti kako je uz istu tehnologiju moguće proizvesti isti output uz korištenje različitih količina inputa, odnosno, inputi mogu biti međusobno zamjenjivi. Na primjer, ljudski rad i strojevi se mogu međusobno supstituirati. Korištenjem pedeset radnika s lopatama i jednog bagera moguće je dnevno iskopati jednaku količinu rovova kao i pomoću trideset radnika i dva bagera ili nekim drugim omjerom radnika i bagera (Sabolić, 2014: 76). Poboljšanje tehnologije se, uglavnom, promatra kao kvantitativna promjena. Međutim, tehnološki napredak donosi i kvalitativne promjene na proizvodima i resursima. Promjene u kvaliteti mjere se pomoću cijena ili pomoću indeksa proizvodnje koji uzimaju u obzir i količinu i cijenu. Također, tehnološke promjene ne donose uvijek veći proizvod ili bolju kvalitetu na svim razinama ulaganja resursa. Određivanje optimalne kombinacije resursa je jedna od nužnih postavki realizacije maksimalnog profita, a s obzirom na činjenicu da je output moguće proizvesti koristeći različite kombinacije resursa, pri odlučivanju o optimalnoj kombinaciji resursa je korisno koristiti se izokvantnim i izotroškovnim pravcem. Ekonomski efikasna tehnika proizvodnje je određena točkom tangiranja izokvante i crte izotroška, a optimalna kombinacija je ona koja omogućuje ostvarenje određenog opsega proizvodnje uz najniže moguće ukupne troškove (Štavlić, 2019: 76). Poduzeće ne primjenjuje metodu proizvodnje s najnižim troškovima ako jedan resurs može zamijeniti drugim i tako sniziti svoje ukupne troškove, uz zadržavanje postojeće razine opsega proizvodnje. Proizvodnja s najnižim troškovima zahtijeva da dodatni proizvod od pojedine kune potrošene na rad mora biti jednak dodatnom proizvodu od posljednje kune potrošene na kapital. Ovo znači da bi se jedan resurs trebao mijenjati drugim resursom sve dok je granični proizvod jednog resursa po novčanoj jedinici koja je potrošena veći od graničnog proizvoda drugog resursa po potrošenoj novčanoj jedinici. Dakle, poduzeće nije minimaliziralo troškove sve dok te dvije veličine nisu jednake, odnosno sve dok postoji mogućnost zamjene resursa kojom se snižavaju troškovi. Poduzeće bi trebalo u drugom roku birati kombinacije resursa tako da je granični proizvod novčane jedinice potrošene na neki resurs jednak za sve resurse. Odnosno, svaka potrošena kuna za svaki proizvodni resurs treba donositi jednak granični proizvod. Ovo načelo se može primijeniti i kod potrošača. Potrošač je u ravnoteži kada mu posljednja kuna potrošena za kupovinu različitih proizvoda donosi jednaku graničnu korist.

## 6. Zaključak

Proizvodna funkcija ima zadatak da proizvodi određenu vrstu proizvoda u određenoj količini i kvaliteti, u određeno vrijeme i s najmanjim troškovima i to u skladu sa strukturom osnovnih sredstava, kvalifikacijskom strukturom zaposlenih i njihovim radnim iskustvima. Proizvodna funkcija određuje kompletnu organizacijsku strukturu proizvodne organizacije. Unutarnja organizacija proizvodnje ima veliki utjecaj na organizaciju pojedinih funkcija, odnosno poduzeća u cjelini. Kod proizvodnih funkcija u obzir je važno uzeti razlike u tehnologiji. Razlika između funkcija nastaje zbog razlike u tehnologiji kojom se resursi koriste u proizvodnji. Poboljšanje tehnologije povećava maksimalni proizvod koji se može dobiti iz bilo koje kombinacije resursa i zato ima za rezultat novu proizvodnu funkciju. Važno je znati kako izotroškovni pravac prikazuje koje kombinacije resursa organizacija može kupiti za određeni trošak te nagib izotroškovnih pravaca ovisi o cijenama inputa (Karić, 2009: 202). Promjene u crti izotroška se uspoređuju s promjenama pravca proračuna, tj. pravac proračuna se mijenja ako dođe do promjene cijene resursa. Određivanje optimalne kombinacije resursa je jedna od nužnih postavki realizacije maksimalnog profita te se to određuje upravo preko izotroškovnih pravaca. Ako proizvođač želi ekonomski isplativ proizvod mora izjednačiti graničnu stopu supstitucije kapitala radom s relativnom cijenom inputa. Poduzeće ne primjenjuje metodu proizvodnje s najnižim troškovima ako jedan resurs može zamijeniti drugim i tako sniziti svoje ukupne troškove, uz zadržavanje postojeće razine opsega proizvodnje. Proizvodnja s najnižim troškovima zahtijeva da dodatni proizvod od pojedine kune potrošene na rad mora biti jednak dodatnom proizvodu od posljednje kune potrošene na kapital. Ovo znači da bi se jedan resurs trebao mijenjati drugim resursom sve dok je granični proizvod jednog resursa po novčanoj jedinici koja je potrošena veći od graničnog proizvoda drugog resursa po potrošenoj novčanoj jedinici. Dakle, poduzeće nije minimaliziralo troškove sve dok te dvije veličine nisu jednake, odnosno sve dok postoji mogućnost zamjene resursa kojom se snižavaju troškovi.

## Literatura

Babić, M. and Babić, M. (1987). *Mikroekonomska analiza*. Narodne novine.

Buntak, K. and Šuljagić, N. (2014). *Ekonomika logističkih funkcija u poduzeću*. Tehnički glasnik, 8 (4), pp.388-393.

Ferenčak, I. (2003). *Počela ekonomike*, 2. izdanje, Osijek, Ekonomski fakultet u Osijeku

Ferenčak, I. (2003). *Počela ekonomike*, 2. izmijenjeno i dopunjeno izd. Ekonomski fakultet, Osijek.

Goldstein, V.A.I. and Anić, V. (2000). *Rječnik stranih riječi*. Zagreb: Novi liber.

Karić, M. (2009). *Mikroekonomika*, Osijek: Ekonomski fakultet u Osijeku

Karić, M. (2010). *Priručnik za vježbe iz mikroekonomike*, Osijek: Ekonomski fakultet u Osijeku

Kliček, D. (2014). *Proizvodna funkcija u organizaciji*. Seminarski rad. Sveučilište u Zagrebu: Fakultet Organizacije i informatike

Miko, L. (1990). *Utjecaji računovodstvenih informacija na rad proizvodne i razvojne funkcije*. *Journal of Information and Organizational Sciences*, (14), pp.143-149.

Sabolić, D. (2014). *Uvod u mikroekonomiku*. Zagreb: Sveučilište u Zagrebu.

Štavlić, (2019). *Osnove mikroekonomije*. Požega

Štavlić, K. i Potnik Galić, K. (2011). *Utjecaj upravljanja kvalitetom na poslovnu uspješnost malih i srednjih poduzetnika*.

Vrankić, I. i Oraić, M., (2009). *Supstitucija faktora u proizvodnji i ekonomske uštede*. Zbornik Ekonomskog Fakulteta U Zagrebu, 7 (1), pp.143-160.

Žugaj, M. And Šehanović, J. (2004). i Cingula. M.: *Organizacija*, 2.

## **Popis tablica**

Tablica 1. Utjecaj vremena primjene dušika na prinos djeteline

Tablica 2. Prikaz različitih tehnika proizvodnje s troškovima inputa

## **Popis slika**

Slika 1. Najjednostavnija forma funkcije proizvodnje

Slika 2. Pravilo najmanjeg troška

Slika 3. Najjednostavnija forma funkcije proizvodnje

Slika 4. Prikaz troškova i optimalne proizvodnje u uvjetima masovne proizvodnje

## **Popis grafikona**

Grafikon 1. Krivulje jednakih količina proizvoda za različite količine dvaju promjenljivih resursa (izokvantna karta)

Grafikon 2. Zakon opadajućih prinosa

Grafikon 3. Opći oblik proizvodne funkcije

Grafikon 4. Linearna proizvodna funkcija s jednim promjenjivim resursom

Grafikon 5. Prikaz regresivne proizvodne funkcije s jednim promjenjivim resursom

Grafikon 6. Prikaz progresivne proizvodne funkcije s jednim promjenjivim resursom

Grafikon 7. Prosječni i granični proizvod i slojevi proizvodnje

Grafikon 8. Savršeno supstitutabilni faktori proizvodnje i savršeno komplementarne cijene

Grafikon 9. Zakon padajućih prinosa

Grafikon 10. Utjecaj tehnološkog napretka na proizvodnu funkciju

Grafikon 11. Prikaz crte izokvante

Grafikon 12. Prikaz crte izotroška



Grafikon 13. Prikaz tangiranja izokvante i crte izotroška

Grafikon 14. Više pravaca budžetskog ograničenja i više izokvanti, prikazano na jednom grafu

Grafikon 15. Staza rasta poduzeća – minimalizacija troškova