

# Osnove teorije linearnog programiranja

---

**Anđan, Ivan**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Economics and Business in Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Ekonomski fakultet u Osijeku**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:145:380561>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-01-27**



*Repository / Repozitorij:*

[EFOS REPOSITORY - Repository of the Faculty of Economics in Osijek](#)



Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

Ekonomski fakultet u Osijeku

Sveučilišni prijediplomski studij *Marketing*

Ivan Anđan

## **OSNOVNE TEORIJE LINEARNOG PROGRAMIRANJA**

Završni rad

Osijek, 2024.

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku  
Ekonomski fakultet u Osijeku  
Sveučilišni prijediplomski studij *Marketing*

Ivan Anđan

## **OSNOVNE TEORIJE LINEARNOG PROGRAMIRANJA**

Završni rad

**Kolegij: Kvantitativne metode za poslovno odlučivanje**

JMBAG: 0010234584

e-mail: iandan@efos.hr

Mentor: izv.prof.dr.sc. Martina Briš

Osijek, 2024.

Josip Juraj Strossmayer University of Osijek  
Faculty of Economics and Business in Osijek  
University undergraduate Studies *Marketing*

Ivan Andan

# **BASIC THEORIES OF LINEAR PROGRAMMING**

Final paper

Osijek, 2024.

## IZJAVA

### O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI, PRAVU PRIJENOSA INTELEKTUALNOG VLASNIŠTVA, SUGLASNOSTI ZA OBJAVU U INSTITUCIJSKIM REPOZITORIJIMA I ISTOVJETNOSTI DIGITALNE I TISKANE VERZIJE RADA

1. Kojom izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je **završni rad** isključivo rezultat osobnoga rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu. Potvrđujem poštivanje nepovredivosti autorstva te točno citiranje radova drugih autora i referiranje na njih.
2. Kojom izjavljujem da je Ekonomski fakultet u Osijeku, bez naknade u vremenski i teritorijalno neograničenom opsegu, nositelj svih prava intelektualnoga vlasništva u odnosu na navedeni rad pod licencom *Creative Commons Imenovanje – Nekomercijalno – Dijeli pod istim uvjetima 3.0 Hrvatska*
3. Kojom izjavljujem da sam suglasan/suglasna da se trajno pohrani i objavi moj rad u institucijskom digitalnom repozitoriju Ekonomskoga fakulteta u Osijeku, repozitoriju Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku te javno dostupnom repozitoriju Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu (u skladu s odredbama Zakona o visokom obrazovanju i znanstvenoj djelatnosti, NN 119/2022).
4. izjavljujem da sam autor/autorica predanog rada i da je sadržaj predane elektroničke datoteke u potpunosti istovjetan sa dovršenom tiskanom verzijom rada predanom u svrhu obrane istog.

**Ime i prezime studenta/studentice:** Ivan Anđan

**JMBAG:** 0010234584

**OIB:** 48185399462

**e-mail za kontakt:** ivan.andan2@gmail.com

**Naziv studija:** Sveučilšni prijediplomski

**Naslov rada:** Osnovne teorije linearnog programiranja

**Mentor/mentorica rada:** Martina Briš

U Osijeku, 23.09.2024. godine

Potpis



## **Osnovne teorije linearnog programiranja**

### **SAŽETAK**

Ljudi svakodnevno donose poslovne odluke, a kako bi moglo pronaći optimalno rješenje koriste se kvantitativnim metodama koje predstavljaju metode prikupljanja i analize podataka koji za cilj imaju dati brojučani opis predmeta istraživanja. Obrađena metoda u radu je linearno programiranje pomoću kojeg se želi postići minimalni trošak ili maksimalni profit, a u ovom slučaju riječ je o minimalnom trošku. Linearno programiranje predstavlja optimizacijski tehniku, odnosno jednu od metoda operacijskih istraživanja. Može se upotrebljavati u raznim situacijama kao što su proizvodnja, poslovne odluke, raspored zaposlenik, transport i slično. Radenska Adriatic je tvrtka koja je poznato po svojoj bogatoj i raznovrsnoj ponudi pića te imaju svoje snage poput dugotrajnog poslovanja, financijske stabilnosti, proizvoda visoke kvalitete, provjerene kvalitete, društvene odgovornosti i slično. Upravo bi te snage trebale okosnica ove tvrtke kako bi tvrtka nastavila sa svojim uspješnim poslovanjem. No, osim toga važno je da eliminiraju slabosti, iskoriste prilike i izbjegnu sve prijetnje. Kroz primjenu linearnog programiranja za tvrtku Radenska Adriatic optimizirala se proizvodnja novog proizvoda na način da su minimizirani troškovi i zadovoljene tržišne potrebe.

**Ključne riječi: poslovno odlučivanje, kvantitativne metode, linearno programiranje, Radenska Adriatic, optimizacija**

## **Basic theories of linear programming**

### **ABSTRACT**

People make business decisions every day, and in order to find the optimal solution, they use quantitative methods, which represent data collection and analysis methods that aim to give a numerical description of the research subject. The method covered in the paper is linear programming, which aims to achieve minimum cost or maximum profit, and in this case it is about minimum cost. Linear programming is an optimization technique, that is, one of the methods of operational research. It can be used in various situations such as production, business decisions, employee scheduling transportation. Radenska Adriatic is a company known for its rich and diverse beverage offerings, with strengths such as long-standing operations, financial stability, high-quality products, proven quality, and social responsibility. These strengths should serve as the cornerstone for the company to continue its successful business operations. However, it is also important to eliminate weaknesses, seize opportunities, and avoid all threats. Through the application of linear programming for Radenska Adriatic, the production of a new product was optimized in such a way that costs were minimized while meeting market demands.

**Key words: business decision making, quantitative methods, linear programming, Radenska Adriatic, optimization**

# SADRŽAJ

1. UVOD .....	1
2. KVANTITATIVNE METODE ZA POSLOVNO ODLUČIVANJE .....	2
2.1 Faze procesa u odlučivanju .....	3
2.2 Uloga kvantitativnih metoda u poslovnom odlučivanju .....	7
3. LINEARNO PROGRAMIRANJE .....	10
3.1 Definiranje pojma .....	10
3.2 Povijest .....	12
3.3 Metode rješavanja problema linearnog programiranja .....	14
3.4 Načela .....	15
3.5 Klasični problemi u linearnom programiranju .....	16
3.6 Specijalni slučajevi .....	17
4. PRIMJENA LINEARNOG PROGRAMIRANJA U RADENSKA ADRIATIC UZ KORIŠTENJE EXCEL-A .....	19
4.1 SWOT analiza Radenska Adriatic .....	19
4.2 Primjena linearnog programiranja .....	21
5. RASPRAVA .....	25
6. ZAKLJUČAK .....	26
LITERATURA .....	27
POPIS SLIKA .....	29
POPIS TABLICA .....	30



## 1. UVOD

Odabrana tema završnog je „Osnovne teorije linearnog programiranja“. Današnju glavnu odliku na cjelokupno izuzetno širokom tržištu predstavlja jako velika konkurentnost koja ima konstantno nove zahtjeve prema raznim djelatnostima s ciljem prilagođavanja organizacija i poduzeća kako bi opstali na tržištu. Drugim riječima, može se reći kako poslovne organizacije i razna poduzeća moraju pronaći odgovarajući smjer kretanja kako bi uspjele iskoristiti resurse koji su ograničeni, a ujedno i ostvariti svoje postavljene ciljeve koje će ih dovesti do bolje pozicije na tržištu, porastu prihoda, jačanju konkurentnosti i sličnim faktorima. Linearno programiranje ima izuzetno veliku ulogu u svim ovim procesima. Jednostavno rečeno, za linearno programiranje se može reći kako označava određene postupke i metode pomoću kojih će se pronaći najoptimalnije rješenje. U današnjem suvremenom svijetu se zbog široke upotrebe i primjene linearnog programiranja mogu pronaći najbolja rješenja za razne djelatnosti. Kako bi se na što precizniji i jednostavniji način objasnile osnove teorije vezane za linearni program, potrebno je prvo definirati pojmove koji se vežu za kvantitativne metode u poslovnom odlučivanju što će biti prikazano u drugom poglavlju. Zatim slijedi treće poglavlje koje se veže za linearno programiranje, odnosno definiranje pojma linearnog programiranja od strane raznih autora, povijest, različite metode rješavanja problema pomoću linearnog programiranja, osnovna načela, standardni problemi u linearnom programiranju i specijalni slučajevi. Na kraju razrade će biti prikazana primjena linearnog programiranja u poduzeću „Radenska Adriatic“, a prije toga će se napraviti SWOT analiza tog poduzeća.

## 2. KVANTITATIVNE METODE ZA POSLOVNO ODLUČIVANJE

Danas donošenje poslovnih odluka označava sve više zahtjevan i složen proces, a često se odvija pod nekim rizikom. Ljudi koji su zaduženi za donošenje takvih odluka imaju zadaću razmišljanja na deterministički način (Lovrić, 2014:3).

Prije nego što se definira konkretan pojam kvantitativnih metoda vezanih za poslovno odlučivanje, prvo je potrebno osvrnuti se na sam pojam odlučivanja. Za odluku se može reći kako predstavlja rezultat procesa odlučivanja. Donošenje odluke podrazumijeva biranje između dvije ili nekoliko opcija koje su orijentirane ka provođenju cilja. Za odlučivanje se može reći kako označava svaki rezultat ljudske aktivnosti i ljudskog djelovanja. Odluke se mogu razlikovati po svojoj težini jer nije isto donijeti odluku koja se veže za cipele ili za koje se zanimanje odlučiti u srednjoj školi ili na fakultetu iz razloga što takve odluke mogu imati utjecaj na budućnost. Po definiciji se može reći da je odlučivanje proces koji traje određeni vremensko razdoblje, koje može biti kraće ili duže, a završava s donošenjem odluke. Koliko će trajati cjelokupni proces donošenja odluka ovisi će o vrsti odluke, a to može biti između nekoliko sekundi pa do odluke koja se to donosi dugi niz mjeseci ili godina (Sikavica, 1999:9).

Kao što je prethodno navedeno, ni ti jedna odluka nije jednake vrijednosti jer donošenje odluke može usmjeriti budućnost čovjeka, ali i samog poduzeća. Pri donošenju odluka, čovjek svakodnevno u svom privatnom životu može imati utjecaj na manju skupinu ljudi koje su uglavnom iz njegovog okruženja. Suprotno tomu, odluke koje se vežu za posao u organizaciji mogu imati utjecaj na veću skupinu ljudi. Ova vrsta odlučivanja odgovara poslovnom odlučivanju i unutar ovog odlučivanja postoji određena doza odgovornosti. Temelj svakog poslovnog odlučivanja predstavlja rješavanje problema, a donošenje odluka se ne događa toliko često unutar poslovnog okruženja. Za optimalnu poslovnu uslugu potrebno je uzeti razni čimbenici, situacije, ali i moguća ograničenja. Kako bi se uspješno provela optimalna odluka u velikoj se mjeri upotrebljavaju kvantitativne metode unutar poslovnog odlučivanja. Također se iz prethodno naveden teze može zaključiti kako se u procesu donošenja odluka može utrošiti određeno vremensko razdoblje, a ono je ovisno o težini odluke koju čovjek mora donijeti. Važno je napomenuti da neće sve osobe odlučiti na jednak način te da će u većini slučajeva svi gledati vlastite potrebe.

## 2.1 Faze procesa u odlučivanju

Proces odlučivanja je moguće shvatiti dvostrano. U slučaju kad se rado o širem smislu, pod procesom odlučivanja smatramo nekoliko faza koje imaju svoje pod faze. U slučaju govorim li o užem smislu uglavnom se misli na proces odlučivanja koji se sastoji od dvije faze.

Odluka označava rezultat procesa odlučivanja, odnosno to je rezultat nekog izbora između nekoliko mogućih pravaca koji su usmjereni prema ostvarenju cilja. Odluke se mogu razvrstati prema sljedećem (Klepić, 2015:3):

- Strategijske, taktičke i rutinske
- Rutinske adaptivne i inovativne
- Programirane i neprogramirane

Najvažniju fazu procesa odlučivanja predstavlja donošenje odluka, a moguće je ga realizirati na nekoliko pod faza koje uključuju sljedeće (Sikavica, 1999:133-140):

- a) Prepoznavanje problema - Sami početak procesa odlučivanja započinje s prepoznavanjem problema. Za početak je potrebno prepoznati problem. U početnoj se fazi procjenjuje problem koji je nastao, kao i uzroke zbog kojih je isti nastao. Bez preciznog definiranja problema, kao i samog nastanka problema ostale faze u procesu odlučivanja ne bi imale veliku svrhu. Nakon što je prepoznat problem potrebno je nastaviti s procesom odlučivanja
- b) Određivanje zadatka - Nakon što je problem prepoznat, potrebno je definirati zadatke kako bi se odredilo što se treba učiniti, odnosno potrebno je prikazati što se putem procesa odlučivanja želi ostvariti. Za menadžment ova faza predstavlja izuzetno velik izazov iz razloga što su ostale faze u procesu odlučivanja u ovisnosti o ovoj fazi.

- c) Snimanje i analiza trenutnog stanja - Treća faza u procesu odlučivanja predstavlja fazu snimanja i analiziranja trenutnog stanja. Važno je detaljno proučiti što će pomoći u rješavanju problema prema svim dostupnim resursima za rješavanje problema. No, problem je što u ovoj fazi dolazi do problema s ograničenjem iz razloga što može doći do manjka sredstava, informacija ili vremena kako bi se donijela najoptimalnija odluka. Sve to će dovesti do ograničenja u donošenju odluke. Jednu od nezaobilaznih faza unutar procesa odlučivanja predstavlja prepoznavanje ograničenja. No, dobra je stvar što ograničenja mogu pomoći u donošenju odluke jer velik broj mogućnosti za posljedicu ima otežan i usporen proces odlučivanja.

Može se zaključiti kako je zbog smanjenja mogućih načina za rješavanje problema potrebno odrediti okvir u kojem će se rješenje problema moći kretati. Sve to za posljedicu može imati razna ograničenja u poslovnom odlučivanju koja mogu uključivati:

- Vremensko ograničenje za donošenje odluke
- Nepotpune informacije
- Nedovoljna sredstva koja su potrebna za ostvarenje cilja
- Osobna ograničenja koja uključuju radni pritisak, osjećaj nesigurnosti, stil odlučivanja i želju za prestižem
- Nejasne okolnosti

- d) Traženje novih ideja za rješenje problema - Četvrtu fazu u procesu odlučivanju označava traženje novih ideja kako bi se riješili problemi. Unutar ove faze važno je donijeti sve mogućnosti koje će pomoći u donošenju rješenja. Mogućnost za novi izborom i povećan broj ideja su međusobno proporcionalni iz razloga što sa povećanjem ideja dolazi do mogućnosti za novi izbor koji će pomoći u procesu odlučivanja. No, to će za posljedicu imati povećanje prihoda. Važno je znati kako je za proces odlučivanja karakteristično da postoji veći broj ideja koji su optimalni za rješavanje problema.

- e) Vrednovanje svih ideja za rješavanje problema - U petu fazu procesa odlučivanja pripada vrednovanje svih ideja za rješavanje problema. Unutar ove faze se ideje procjenjuju, vrednuju, a zatim i ocjenjuju kako bi se pronašlo najoptimalnije rješenje. Nakon donesene procjene dolazi se do toga hoće se li određena ideja prihvatiti ili ne. Temelj ocjene svake ideje trebaju biti kvantitativni i kvalitativni faktori. Pod kvantitativne faktore pripada sve što je moguće izmjeriti, odnosno što je moguće izraziti brojčano. Takve faktore uključuju trošak i vrijeme. Unutar kvalitativnih faktora mogu se ubrojiti stabilnost i nestabilnost okoline, političko stanje, odnos s radnicima i ostalo. Svaka ideja će imati svoje prednosti i mane. Za pronalazak najoptimalnijeg rješenja važno je usporediti sve mane i prednosti svake ideje. Nakon usporedbe dolazi od ocjenjivanja koje slijedi ka selekciji manje odabranog ideja. Kod vrednovanja novih ideja važno je uzeti u obzir vjerojatnost za ostvarenjem te ideje. Prednost će uvijek imati ideje koje imaju veći stupanj vjerojatnosti za ostvarenjem.

Za sve faze se može reći kako pripadaju u fazu koja se naziva priprema odluka. Nakon toga slijedi faza koja se naziva donošenje odluka. U ovoj se fazi odabire ideja koja je najoptimalnija.. Osim toga, to će također označavati da se nije dobro proučio problem koji se rješava. Dolazi se do zaključka kako je od jednake vrijednosti određivanje ideje za donošenje odluke i prepoznavanje više ideja unutar kojih se može izabrati najoptimalnija (Sikavica, 1999:141).

Nakon ovih faza dolazi se do faze koja uključuje provođenje odluke, a zatim i faze koja će kontrolirati provođenje takve odluke. Za uspješno donesenu odluku ista mora biti provedena. Ukoliko do toga ne dođe to može značiti da problem nije dobro identificiran. Posljednja faza u procesu odlučivanja je kontrola provođenja koja se provodi istodobno s procesom provođenja odluke. Uz kontrolu provođenja može se osigurati provjera kompletnog puta u procesu odlučivanja. Pomoću kontrole mogu se dobiti odgovori na pitanja koje se vežu za sljedeće (Sikavica, 1999:143):

- Je li donesena odluka provedena?
- Na koji je način odluka provedena?
- Kakve će rezultate ostvariti organizacija nakon provođenja odluke?

Osim navedene podjele za proces donošenja odluka, također se faze u procesu odlučivanja mogu prikazati i na sljedeći način (Buble, 2009:197):

- Generiranje alternativnih rješenja
- Evaluiranje alternativnih rješenja
- Selekcija alternativnog rješenja

Pod generiranjem alternativnih rješenja uključuju se razne tehnike stimuliranja pojedinačne i grupne aktivnosti kao što su (Klepić, 2015:9):

- a) Brainstorming – sastoji se od formuliranja problema te iznošenja i evaluacija ideja. Temeljna pravila podrazumijevaju da kvantiteta ima prednost u odnosu nad kvalitetom, iznesene ideje se ne smiju kritizirati, važan je cjelokupni učinak grupe, a ne pojedinca.
- b) Morfološka analiza – osnova je da se u većem broju slučajeva gdje postoji puno parcijalnih rješenja određenog problema može uspostaviti određena zakonitost. Za ovu analizu je potrebno 4 do 7 osoba, a trajanje između pola sata i 2 sata. U odnosu na brainstorming metodu je složenija, ali i uspješnija.
- c) Sinektita – pomoću ove metode želi se stvoriti jedna, a ne nekoliko ideja kako bi se uspješno riješio problem. Potrebno je 5 do 7 osoba za ovu tehniku, a postupak pronalaska rješenja se sastoji od upoznavanja s problemom, otuđivanja problema i strukturne sinteze. Sve navedeno traje između sedamdeset i devedeset minuta.

Najpoznatija metoda evaluacije je marginalna analiza koja predstavlja metodu pomoću koje se analiziraju prosječne, ukupne i granične veličine. Pomoću ove tehnike se pokušava pronaći najbolji omjer koristi i troškova, odnosno želi se prikazati odgovor uz minimalne troškove uz ostvarenje cilja (Klepić, 2015:16).

Unutar tehnike selekcije alternativnog rješenja prisutna su tri temeljna pristupa: iskustveni, eksperiment te istraživanje i analiza (Klepić, 2015:17).

Kao jednu od podjela prema kojoj se proces donošenja odluka raščlanjuje na šest koraka uključuje sljedeće (Gomez-Mejia i sur, 2008:232):

- Pronalaženje i prepoznavanje problema
- Pronalazak pripadajućih opcija za rješenje problema
- Usporedba izbora
- Odabir najboljeg izbora
- Provođenje odluke
- Vrednovanje rezultata

Na temelju napisanog, dolazi se do zaključka da ukoliko dođe do određenih odstupanja pri kontroli provođenja odluka, menadžment ima zadatak za provođenjem promjena u rješavanju određenog problema. Osim toga, od velike je važnosti da menadžment prepozna kako su sve faze jednako važne i da se svaka faza mora odraditi na kvalitetan način. Ukoliko se faze ne odrade na kvalitetan i adekvatan način može doći do ugrožavanja cjelokupnog procesa u bilo kojem trenutku koji je važan za donošenje odluke. Svaka faza se mora od početka pratiti kako se ne bi došlo do toga da ideje ne odgovaraju za potrebno rješenje što se može tek prepoznati u zadnjem koracima faze procesa odlučivanja koje uključuju provođenje i implementiranje odluke.

## **2.2 Uloga kvantitativnih metoda u poslovnom odlučivanju**

Za vrijeme faze analize procesa u odlučivanja postoje dva temeljna oblika koji uključuju kvantitativnu i kvalitativnu analizu. Može se reći kako kvantitativna metoda označava metodu pomoću koje će se analizirati podaci koji za cilj imaju davanje brojčanih rezultat za određeno istraživanje. Za kvalitativnu analizu se može reći kako je osnova čovjekova prosudbu te iskustva koja uključuju osjećaj.

Ukoliko se koristi kvantitativnim metodama, analitičar fokus stavlja na kvantitativne faktore ili podatke koji se mogu povezati s problemom, a zatim i razviti određeni matematički izrazi pomoću kojih će se opisati ciljevi koji se žele postići, ograničenja i ostali odnosi koji su prisutni unutar problema. Na osnovu jedne ili nekoliko kvantitativnih metoda, analitičar ima mogućnost dati preporuku koja se temelji na kvantitativnim segmentima problema (Anderson, 2016:5).

Jasno je kako kvantitativna analiza ne može započeti prije nego što se problem koncipira. Ukoliko analitičar posveti više vremena za proces koncipiranja problema, postoji veća mogućnost kako će kvantitativna analiza dati važan doprinos cjelokupnom procesu u donošenju odluke. Može se reći kako u suštinu kvantitativne metode pripadaju proces razvijanja i rješavanja modela.

Kvantitativne metode se u praksi mogu primijeniti kada se čovjek ili organizacija susretnu sa sljedećim (Lovrić, 2014:3):

- Složeni problemi koji nisu rješivi na temelju kvantitativne analize
- Problem čije će odluke biti od velikog značaja
- Nepoznatim i novim problemima
- Problemima koji se konstantno ponavljaju, a nisu jednostavni za rješavanje

Kvantitativne metode predstavljaju metode prikupljanja i analize podataka koji za cilj imaju dati brojčani opis predmeta istraživanja. Pogodne su za provjeru već postojećih teorija, testiranja hipoteza i postavljanja pitanja te problema rješivih statističkim metodama (Kvantitativne metode).

U primjermi kvantitativnih metoda u poslovnom odlučivanju koje se veže za ekonomiju i menadžment pojavlju se specifično problemi koji proizlaze iz kvalitativnih karakteristika ovih disciplina, složenih struktura i međusobne zavisnosti, koje je često teško ili nemoguće adekvatno opisati i prikazati matematičkim modelima formulacija (Anderson i sur., 2004:18).



Ovisno o navedenim problemima izabire se određena metoda za rješavanje problema. Nekad se koriste već poznate metode, a nekad se izrađuje nove metode. Neke od najpoznatijih metoda su sljedeće (Anderson i sur., 2004:17):

- Linearno programiranje
- Modeli zaliha
- Transportni problemi
- Teorije igara
- Modeli repovi čekanja
- Više kriterijalno programiranje
- Ciljno programiranje
- Cjelobrojno programiranje
- Trgovački putnik

Najvažniji korak je definiranje problema kako bismo postigli cilj modeliranja potrebno je specificirati što jednostavniji model. Iako sustav bi mogao biti vrlo složen, to se može postići postavljanjem ograničenja koja uključuju samo ključne karakteristike sustava koji proučava.

### 3. LINEARNO PROGRAMIRANJE

Unutar samog pojma linearnog programiranja važno je determinirati pojam linearnog programiranja, prikazati njegovu povijest, navesti metode rješavanja problema linearnog programiranja, objasniti načela, navesti standardne probleme unutar linearnog programiranja i definirati sve specijalne slučajeve koji se vežu za linearno programiranje. Sve navedeno će se objasniti unutar sljedećih pod poglavlja.

#### 3.1 Definiranje pojma

Različiti autori su na razne načine definirali pojam linearnog programiranja, a jedan od autora je linearno programiranje definirao kao granu matematike koja se bavi problemima koji se vežu za optimizaciju sustava unutar određenih ograničenja. Pomoću linearnog programiranja se želi postići najbolji ishod koji se očituje u povećanju prihoda ili smanjenju troškova unutar nekog matematičkog modela čije se uvjeti mogu iskazati na linearni način (Petkovićek, 2019:1).

Linearno programiranje predstavlja optimizacijski tehniku, odnosno jednu od metoda operacijskih istraživanja. Linearno programiranje predstavlja matematičku metodu za maksimizaciju ili minimizaciju (Fourier–Motzkin elimination).

Drugim riječima, može se reći da se pomoću linearnog programiranja želi postići najbolje rješenje kao što može biti minimalni ili maksimalni profit.

Može se zaključiti kako linearno programiranje predstavlja vrlo bitno područje u optimizaciji cjelokupnog procesa. Razne prepreke prakse unutar operacijskih istraživanja se mogu prikazati pomoću linearnog programiranja.

Ukoliko se želi riješiti neki problem koji je sastavljen od nekoliko varijabli ili alternativa, to se ne može napraviti bez parcijalne detaljne analize pojedinačne alternative bez sustavnog pristupa (Pavlović, 2005:137).

Dolazi se do zaključka kako se linearno se programiranje može upotrebljavati na sljedećim primjerima:

- Proizvodnja

- Poslovne odluke
- Raspored zaposlenika
- Transport i slično.

Osim navedenog, može se također zaključiti kako linearno programiranje ima korist u pronalaženju najoptimalnijeg rješenja koji u sebi sadrži funkcija cilja i ograničenja u zajednici s parametrima i varijablama.

Kao što je od velike važnosti poznavanje pojma linearnog programiranja, također je važno i shvatiti i razumjeti pojam koji se veže za optimizaciju koja predstavlja matematički postupak koji se upotrebljava pri projektiranju ili vođenju određenog sustav pomoću kojeg se ostvaruje najbolji izbor po pitanju tehničkih i ekonomskih veličina na osnovu odabranih kriterija (Optimiranje).

Pod optimizacijske tehnike, odnosno modele se podrazumijevaju procesi u kojima se pronalaze minimalne ili maksimalne vrijednosti određene funkcije odabranog procesa. Takav se proces može definirati i ograničiti pomoću ulaznih varijabli koje imaju utjecaj na poteškoće. Pomoću raznih metoda pronalazi se najoptimalnije rješenje kako bi došli do vrijednosti funkcije. U praktičnom smislu, ciljevi optimizacije najčešće su fokusirani kako bi se ostvarila minimalna potrošnja ili maksimalni prihod. Može se zaključiti kada bi se za primjer uzeli strojarsko inženjeri, linearno programiranje će se najviše koristiti u svrhe:

- Određivanje plana proizvodnja
- Određivanje količina proizvoda
- Određivanje količina sirovina uz minimalne troškove
- Određivanje količina uz maksimalni profit

Na temelju pretpostavki se razvija linearno programiranje.

Pretpostavke su (Pavlović, 2005:138):

- Potrebno je da postoji jasan cilj koji se može izraziti na kvantitativan način

- Važno je da postoji uzajamna ovisnost koja je izražena linearno
- Potrebno je da postoje ograničeni izvori resursa
- Nužna su alternativna rješenja

Dolazi se do zaključka ako je riječ oko poslovnog odlučivanja unutar poduzeća, cilj linearnog programiranja će označavati pronalazak najoptimalnijeg rješenja koji će dovesti do smanjenja troškova ili povećanja prihoda.

### 3.2 Povijest

Sami počeci linearnog programiranja se vežu za početak 19. stoljeća, a vezani su za Fouriera.. Pojačana zanimacija dogodila se 1940. godine kada su u ovom području radili američki matematičar Dantzig i ruski matematičar Kantorovič (Kuzmanović i Sabo, 2016:121).

Za linearno programiranje, većina autora smatra kako je najznačajniji znanstvenik Kantorovič jer ga se smatra začetnikom linearnog programiranja. Osim njega, uz linearno programiranje se veže ime Tjalling Koopmans iz razloga što mu je 1975. godine također uručena Nobelova nagrada za ekonomiju. Konkretno radi se o doprinosu koji se veže za optimalno raspoređivanje resursa unutar kojeg je zastupljeno linearno programiranje (Šimunović i Havrlišan, 2019:10).

Motivi za njihove radove bili su složeni problemi planiranja iz razdoblja prije i za vrijeme Drugog svjetskog rata..Razlog zbog kojeg je Dantzig bio značajan je upravo simpleks metoda koja se i danas upotrebljava kao algoritam za računalno rješavanje linearnih problema uz određene promjene (Kuzmanović i Sabo, 2016:121).

Dantzig je imao ključnu ulogu unutar područja primijenjene matematike, a najveći doprinos je imao za vrijeme boravka u vojsci. Dantzig je primijetio da se vojni problemi mogu rješavati na jednak način kao i ekonomski, a to je korištenjem linearnog programiranja (Gusić, 2016:35).

U razdoblju od 1950. do 1960. godine, teorija linearnog programiranja značajno je napredovala, zajedno s njenim primjenama u raznim područjima. U tome se periodu nastali važni teorijski rezultati, poput teorije dualnosti , koja je povezana s radom Johna von Neumanna. Osim toga, objavljena su i rješenja za probleme velikih dimenzija, kao i niz

različitih primjena linearnog programiranja u praksi. Ovi napreci omogućili su daljnji razvoj metoda što se tiče optimizacije i proširili mogućnosti njihove primjene u industriji, ekonomiji i drugim područjima. (Kuzmanović i Sabo, 2016:121).

Samo ime linearno programiranje je došao iz razloga jer kvantitativni model dolazi od linearnih funkcija, pa je tako i došlo do naziva linearno programiranje.

Od 1970-ih godina, razvojem računalne tehnologije, linearno programiranje se počelo intenzivno koristiti u komercijalne svrhe, rješavajući probleme iz različitih područja primjene. Neki od tih problema uključuju transport, optimalnu proizvodnju i distribuciju energije, telekomunikacije te općenito probleme proizvodnje. Zahvaljujući mogućnostima koje su računala omogućila, linearno programiranje postalo je ključan alat u optimizaciji poslovnih procesa. Godine 1975. ruski matematičar Leonid Kantorovich i američki ekonomist Tjalling Koopmans nagrađeni su Nobelovom nagradom za ekonomiju za svoj doprinos teoriji optimalne alokacije resursa. U toj teoriji, linearno programiranje odigralo je značajnu ulogu, posebno u optimizaciji ekonomskih sustava i raspodjeli resursa. (Kuzmanović i Sabo, 2016:121).

U osamdesetim godina dvadesetog stoljeća došlo je do razvoja algoritama za rješavanja linearnog programiranja. Elipsoidalna metoda razvijena 1979 godine, predstavlja značajan napredak u rješavanju problema optimizacije. Ova metoda koristi niz elipsoida koje sadrže točku minimuma funkcije cilja. Godine 1984. razvijena je metoda unutarnje točke, koja je kombinirala teorijske prednosti elipsoidalne metode s praktičnom efikasnošću simpleks metode. Metoda unutarnje točke omogućila je rješavanje velikih problema linearnog programiranja efikasnije i s većom preciznošću. Na kraju je važno istaknuti da se koriste svakave uporabe linearnog programiranja a neke od najvažnijih su (Kuzmanović i Sabo, 2016:122):

- Cjelobrojno programiranje
- Kvadratično programiranje
- Nelinearno programiranje
- Stohastičko programiranje

U modernom suvremenom dobu, došlo je do razvitka posebnog područja pod imenom operacijska istraživanja koje uključuje mnogobrojne različite optimizacijske probleme poput

optimalnih zaliha, optimalnih proizvodnih programa, optimizacije transporta, optimalno vrijeme zamjene proizvodnih sredstava, optimizacije redova čekanja, organizacije i slično. Matematičari koji su imali ključnu ulogu u razvoju linearnog programiranja su Fourier, Dantzig, Minkovski, Geuss, Farkas i Gordon. Prema velikom broju matematičara, najveću ulogu imao je von Neumann jer je definirao i izgradi pojam dualitet (Crnjac Milić i Martinović, 2012:344).

### 3.3 Metode rješavanja problema linearnog programiranja

Postoje razne metode linearnog programiranja koje se koriste u rješavanju problema, a neke od njih su (How to be an R soul: an introduction to the R tool in Alteryx):

- a) Simpleks metoda – predstavlja metodu pomoću koje dolazimo do rješavanja problema linearnog programiranja koje se obavljaju ručnom metodom upotrebom varijable „slack“, varijable „pivot“ i matrice. Ova se metoda koristi kako bi se pronašlo optimalno rješenje za složeni problem. Za ovu metodu postoje razni programi koji se mogu upotrebljavati, a neki od njih su Excel i MatLab. Simpleks metoda se rješava na ručni način.
- b) Excelov Solver – ova metoda predstavlja metodu unutar programa Microsoft Excel. Solver se može upotrebljavati kako bi se pronašla optimalno vrijednost za jednu ćeliju. No, važno je znati da postoje određena ograničenja promjenom varijable odlučivanja. Pomoću solvera može se pronaći minimalna i maksimalna vrijednost kad se mijenjaju ostale varijable.
- c) Grafička metoda – primjer metode koji služi za rješavanje problema linearnog programa koji ima obje varijable. Tu podrazumijevamo formuliranje skupa linearnih nejednakosti ključno je za rješavanje problema linearnog programiranja. Te se nejednakosti mogu prikazati u koordinatnom sustavu, gdje svaka nejednakost definira poluravninu. Izvedivo područje na grafu je geometrijski prikaz svih mogućih vrijednosti koje model može uzeti, tj, predstavlja skup potencijalnih točaka rješenja.
- d) R program – predstavlja program otvorenog koda. Ova je metoda popularna između znanstvenika koji obavljaju osnovne zadatke u podacima. Ovakvo rješavanje linearnog programiranja je izuzetno jednostavno, a do optimalnog rješenja se dolazi u svega nekoliko koraka.

### 3.4 Načela

Kao što je prethodno navedeno, linearno programiranje predstavlja metodu matematičkog programiranja koja za cilj ima pronaći najoptimalniji ishod u koji pripadaju minimalni trošak i maksimalni prihod. Iz tog razloga linearno programiranje spada u metode optimizacije, to jest pripada u metode koje su namijenjene za postizanje ekstremne vrijednosti koja je određena matematičkom funkcijom uz postavljene uvjete.

Metoda namijenjena optimiziranju linearne funkcije je upravo linearno programiranje uz poštivanje linearnih uvjeta. Može se reći kako su linearne funkcije u općenitom obliku  $f(x_1, \dots, x_n) = c_1 \cdot x_1 + \dots + c_n \cdot x_n$ . Ovdje su konstante  $c_1 \dots c_n$ , a varijable su  $x_1, \dots, x_n$ . Pomoću ovih varijabla se određuje ekstremna vrijednost koju se želi odrediti (Neralić i Šego, 2009:127).

Dolazi se do zaključka kako se linearno programiranje može primijeniti u nekoliko područja kao što su:

- Ekonomija
- Općenito poslovanje
- Rješavanje problem unutar neke tehnike

U industrijama koje uključuju energiju, proizvodnju, prijevoz i telekomunikacije se upotrebljava linearnog programiranje. Jasno je kako se prikazuje da je korisno u modeliranju raznih vrsta problema unutar usmjeravanja, planiranja, dizajna i raspoređivanja zadatka. Puno problema koji se dogode unutar nekog istraživanja se mogu riješiti putem linearnog programiranja. Osim svega navedenog, linearno programiranje se može upotrebljavati u mikroekonomiji, odnosno unutar uprave tvrtke za poslove kao što su:

- Proizvodnja
- Planiranje
- Transport
- Tehnologije

U ekonomiji, određena ekonomska varijabla često ovisi od barem dvije druge varijable. Na primjer, potražnja za određenim dobrom ( $x$ ) ne zavisi samo o cijeni tog dobra, već i o cijeni drugih dobara. Često se susrećemo s problemima koji se mogu izraziti matematičkim modelom u kojem postoji funkcija cilja koju je potrebno maksimizirati ili minimizirati, uz zadana ograničenja u obliku jednadžbi. Metode za rješavanje takvih problema obuhvaćene su matematičkim programiranjem (Neralić i Šego, 2009:129)

### **3.5 Klasični problemi u linearnom programiranju**

Ukoliko se ekonomija sagleda kroz prizmu uloge u svakodnevnicu to je nužno učiniti kroz nekoliko perspektiva. Menadžer, trgovac i proizvođač se svakodnevno susreću s raznim vrstama problema i izazova koji se dogode svaki dan u poslovanju, a svaki od takvih problema i izazova imaju svoj način poslovanja. No, zajedničko svima je ostvarenje optimalne efikasnosti bilo to vezano za minimalne troškove, maksimalnu proizvodnju i maksimalnu profit. Unutar takve priče se podrazumijeva linearnog programiranje koje se bavi rješenjima koje se vežu za optimizaciju sustava sa zadanim ograničenjima.

Razni praktični problemi se sastoje u određivanju globalnih ili lokalnih ekstrema, odnosno maksimuma ili minimuma realne funkcije dvije ili nekoliko realnih varijabli uz zadane uvjete ili bez njih. Funkcija čiji se ekstrem traži uobičajeno ima određeno ekonomsko značenje kao što su troškovi, dobit i slično. Uvjeti, odnosno ograničenja uz koja se traži ekstrem se uglavnom zadaju u obliku (ne)jednadžbi i označavaju razne tržišne, tehnološke i ostale uvjete (Kovačić, 2015:2).

Problem linearnog programiranja se veže za problem minimuma i maksimuma, to jest odnosi se na rješavanje uvjeta unutar kojih će linearna funkcija cilja imati minimaliziranje ili maksimiziranje nekog ograničenja. Gotovo svaki sustav je moguće izraziti preko jednadžbe ili nejednadžbe. Kao što je navedeno, klasični problemi unutar linearnog programiranja su (Babić, 2005:131):

- a) Klasični problem maksimuma – potrebno je pronaći maksimalnu vrijednost funkcije unutar linearnog programiranja koja će zadovoljiti ograničenja koja se postave. Ukoliko je riječ o poduzeću, klasični problem maksimuma ima mogućnost pronalaska optimalnog rješenja za koju će se ostvariti maksimalan prihod. Sve nejednadžbe koje predstavljaju ograničenja će imati znak nejednakosti manje ili jednako.
- b) Klasični problem minimuma – predstavlja problem unutar linearnog programiranja gdje se treba pronaći minimalna vrijednost funkcije koja će zadovoljiti ograničenja



koja su prethodno postavljena. Unutar poduzeća to će predstavljati minimalnu vrijednost koja označava smanjenje troškova na minimalnu razinu. Nejednadžbe ovih ograničenja imaju znak nejednakosti veće ili jednako.

Opći problem unutar linearnog programiranja predstavlja problem za koji moramo naći minimalne ili maksimalne vrijednosti funkcija. Razlika između klasičnog max i min je ta što su nejednadžbe svakog ograničenja bilo kojeg znaka (Babić, 2005:152).

### 3.6 Specijalni slučajevi

Moguće je razlikovati dvije vrste specijalnih slučajeva, a to su sljedeći specijalni slučajevi (Babić, 2005:229):

- a) Transportni problem – predstavlja specijalni problem unutar linearnog programiranja. Cilj je pronaći optimalnu raspodjelu isporuke homogenog dobra s ishodišta na određene točke. No, to je potrebno napraviti kako bi troškovi transporta po jedinici dobra bili minimalni.

Transportni problem može biti otvoreni ili zatvoreni.

Otvoreni transportni problem predstavlja transportni problem linearnog programiranja unutar kojeg je zbroj svakog kapaciteta ishodišnog i određujućeg mjesta različiti. To označava da će se na ishodišnom ili određujućem mjestu dolaziti do manjka, odnosno višak jedinica nekog dobra. Naprimjer, ukoliko se nalaze dva pogona u kojem oba sadržavaju 30 jedinica nekog proizvoda i dva skladišta kojih jedan od kapaciteta ima 20 jedinica proizvoda doći će se do zaključka da se pojavljuje prekomjerna količina jedinice nekog proizvoda u nekom od tih skladišta.

Unutar zatvorenog transportnog problema, ukupni kapacitet ishodišnog i određujućeg mjesta su jednaki.

- b) Problem asignacije – predstavlja problem rasporeda. Razlika u odnosu na transportni problem po tome što su vrijednosti koje traže i nude jednake 1. Naprimjer, ukoliko se promatra raspored zaposlenika za određena uvjetovana radna mjesta da će samo jedan posao dodijeliti jednom zaposleniku potrebno je pronaći najbolje rješenje na osnovu određena postignuća.

Ukoliko se prilikom računanja simpleks metodom dogodi da izbor pivot stupca i retka nudi jednako dobre kandidate onda dolazi do degeneracije. Ukoliko se između više stupaca s identičnim negativnim vrijednostima treba jedan odabrati, uzima se bilo koji. Takav slučaj se naziva dualna degeneracija. Drugi slučaj je primarna degeneracija gdje se u nekoliko redaka pojavi jednako mali koeficijent, a pokušava se s izborom po volji odabranog reda. Nekada može doći do komplikacija što za posljedicu može imati otvaranje ciklusa koji se može održati u nekoliko iteracija. Upravo tada postoji mogućnost da postoji nekoliko rješenja jednake vrijednosti te se ista ponavljaju uzastopno. Na taj način nastaje kruženje izvan optimuma (Barković, 2001:29).

## 4. PRIMJENA LINEARNOG PROGRAMIRANJA U RADENSKA ADRIATIC UZ KORIŠTENJE EXCEL-A

Radenska Adriatic je tvornica pića koja proizvodi različite vrste napitaka, uključujući i bezalkoholno piće "Nara-orange tonic," koje se dobiva miješanjem dvaju sokova: "Nara-sode" i "Nara." Linearno programiranje koristi se za optimizaciju sastava i minimiziranje troškova proizvodnje, uz zadržavanje kvalitete i ispunjavanje svih zadanih uvjeta. U procesu optimizacije, Excel je koristan alat koji olakšava rješavanje složenih matematičkih modela i donošenje poslovnih odluka. No, prije nego što se prikaže primjena linearnog programiranja u Radenska Adriatic uz korištenje Excel-a potrebno je napraviti SWOT analizu za ovu tvrtku.

### 4.1 SWOT analiza Radenska Adriatic

Tvrtka Radenska Adriatic utemeljena je 1869. godine, a s obzirom da posluje gotovo 154 godine, mora se priznati kako tvrtka odlično posluje. Za Radensku se danas može reći da je postala svjetska marka koja se odaziva na trendove i promjene (Radenska Adriatic)



Slika 1: Logotip Radenska Adriatic (Radenska Adriatic)

Misija tvrtke je raditi sa srcem, to jest žele poštovati lokalne tradicije, a u međuvremenu tražiti nove pozitivnosti u životu.

R.Adriatic danas kupcima nudi bogate i raznovrsne proizvode npr. prirodne minerale, izvorska voda, gazirana i negazirana bezalkoholna pića „energy“ sokove, vitaminski napitci te sirupi. Pod njihove marke spadaju: Radenska Kraljevi vrelec, Lipički Studenac, Radenska Naturelle, Studena, Radenska s okusom, Inka, Studena s okusom, Studena ledeni čaj, Oraketa, Lero i Nara koja će upravo biti obrađena kao primjer linearnog programiranja (Radenska Adriatic). Sljedećom tablicom prikazana je SWOT analiza za tvrtku Radenska Adriatic.

Tablica 1. SWOT analiza Radenska Adriatic

	Snage	Slabosti
Unutrašnje	<ul style="list-style-type: none"> <li>• dugotrajno poslovanje</li> <li>• financijska stabilnost</li> <li>• marketinški uspjeh</li> <li>• proizvodi visoke kvalitete</li> <li>• poznato svjetsko ime</li> <li>• provjerena kvaliteta</li> <li>• sigurnost u isporuci</li> <li>• društvena odgovornost</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• fokus na gazirana pića</li> <li>• nepotpuno pokriveno tržište</li> <li>• zanemarivanje nekih proizvoda pri promociji i oglašavanju</li> <li>• relativno niska likvidnost dionica</li> </ul>
	Prilike	Prijetnje
Vanjske	<ul style="list-style-type: none"> <li>• proširenje</li> <li>• inovacije</li> <li>• novi proizvodi</li> <li>• konkurentnije cijene</li> <li>• nova partnerstva</li> <li>• dodatno oglašavanje</li> <li>• kvalitetno upravljanje ljudskim potencijalima</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• dolazak novih proizvođača na tržište rada</li> <li>• velika i jaka konkurencija</li> <li>• jaka konkurencija</li> <li>• promjena svijesti potrošača o zdravom načinu života</li> <li>• slabija kupovna moć kupaca</li> </ul>

Izvor: izrada autora prema – O nama (Radenska Adriatic)

## 4.2 Primjena linearnog programiranja

Kako bi se napravila primjena linearnog programiranja prvo je potrebno definirati problem i definiciju modela. Osim toga potrebno je prikazati sastav i troškove proizvodnje za određeni proizvod.

Uz kombinaciju „Nara-sode“ i „Nara“ želi se napraviti novi proizvod „Nara-orange tonic“ koji će biti predstavljen kupcima.

Svaki decilitar „Nara-sode“ soka sadrži 0,4 dekagrama šećera i 1,5 miligrama vitamina C, uz trošak proizvodnje od 2 novčane jedinice (NJ). Svaki decilitar „Nara“ soka sadrži 0,3 dekagrama šećera i 2,5 miligrama vitamina C, uz trošak od 3 NJ.

Cilj je proizvesti jednu litru "Nara-orange tonic" sa što manjim troškovima, uz zadovoljavanje uvjeta da napitak sadrži najviše 4 dekagrama šećera i najmanje 20 miligrama vitamina C.

Funkcija cilja je minimiziranje troškova proizvodnje, a matematički model optimizacije prikazan je kroz sljedeće korake.

$$\text{Min } Z=2X_1+3X_2$$

gdje je:

$X_1$  količina "Nara-sode" u decilitrima.

$X_2$  količina "Nara" u decilitrima.

Ograničenja:

$$\text{Ukupna količina soka: } X_1+X_2=10$$

$$\text{Ograničenje na šećer: } 0.4X_1+0.3X_2\leq 4$$

$$\text{Ograničenje na vitamin C: } 1.5X_1+2.5X_2\geq 20$$

$$\text{Ne-negativnost: } X_1, X_2\geq 0$$

Optimalno rješenje dobiveno rješavanjem modela pokazuje da je najbolja kombinacija za proizvodnju litre "Nara-orange tonic" uzeti 5 decilitara "Nara-sode" i 5 decilitara "Nara." Na taj način, ukupni trošak proizvodnje iznosi 25 NJ, uz zadovoljenje svih uvjeta za šećer i vitamin C.

Excel se koristi za rješavanje problema linearnog programiranja pomoću alata Solver, koji omogućava brzo i učinkovito rješavanje optimizacijskih modela. Solver je napredni alat unutar Excel-a koji optimizira zadani problem kroz maksimiziranje ili minimiziranje ciljne funkcije, uz zadana ograničenja. Ciljna funkcija i ograničenja su u linearnom programiranju predstavljeni u obliku linearnih jednadžbi, a Solver kroz proces iteracije testira mnogobrojne kombinacije varijabli kako bi pronašao optimalno rješenje unutar prethodno određenih granica.

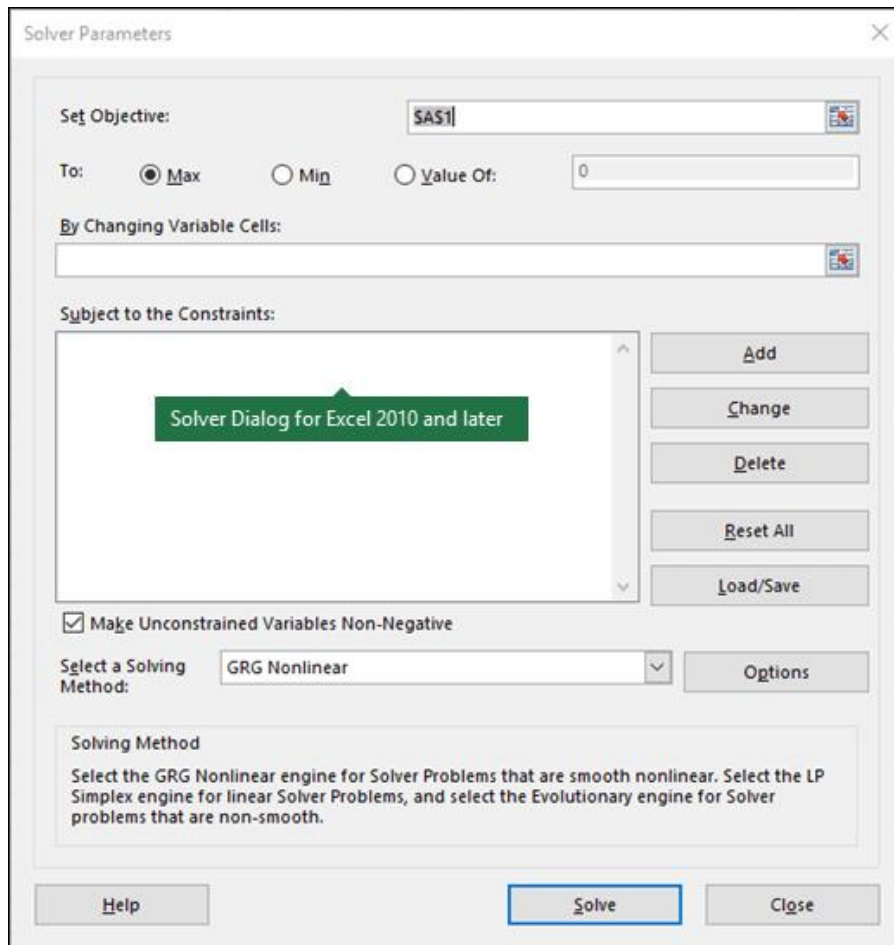
Podaci se unose na način da se prvo unose podaci o troškovima, zatim ograničenja na sastojke u okvirima šećera i vitamina C te se unose prethodno definirane količine u Excel tablicu. Svaki podatak je potrebno jasno prikazati kako bi alat Solver mogao pronaći optimalno rješenje za zadani problem.

Alat Solver koji se upotrebljava za rješavanje problema linearnog programiranja se sastoji od sljedećih koraka:

- a) Postavljanje modela u Excelu:
  - Unos vrijednosti varijabli odluke ( $X_1$  za "Nara-sode" i  $X_2$  za "Nara") u ćelije.
  - Definiranje funkcije cilja kao formula troškova ( $2 \cdot X_1 + 3 \cdot X_2$ ).
  - Unos ograničenja za šećer i vitamin C u obliku formula u Excelu.

b) Konfiguracija Solvera:

- Postavljanje funkcije cilja (Min Z) u opciji "Set Objective."
- Odabir opcije "Min" za minimizaciju troškova.
- Definiranje varijabli odluke i ograničenja unutar Solver prozora.
- Klik na "Solve" kako bi se dobilo optimalno rješenje.



- c) Interpretacija rezultata: Excel Solver će izračunati optimalne vrijednosti za X1 i X2 te minimizirati ukupne troškove. Korisnik može lako vidjeti koliko decilitara svakog soka treba koristiti da bi se postigli ciljevi uz minimalan trošak.

Radenska Adriatic suočava se s izazovom minimiziranja troškova proizvodnje, s obzirom na ograničene resurse i potrebu za održavanjem kvalitete proizvoda. Tvrtka proizvodi tri različita proizvoda (P1, P2, P3), od kojih svaki koristi različite količine sirovina i radne snage.

Cilj je minimizirati ukupne troškove proizvodnje, dok se istovremeno zadovoljavaju zahtjevi tržišta i ne prelaze dostupni resursi.

Kako bi se napravila optimizacija model potrebno je postaviti varijable odluke i ograničenja kako bi alat Solver mogao na najefikasniji način napraviti optimizaciju za određeni proizvod uz zadovoljenje potreba na tržištu i minimiziranje troškova.

Varijable odluke:

	A	B	C	D	E
1	X1	Količina proizvodnje proizvoda P1			
2	X2	Količina proizvodnje proizvoda P2			
3	X3	Količina proizvodnje proizvoda P3			

Funkcija cilja: Minimiziranje troškova proizvodnje

$$\text{Min } C = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3$$

gdje su  $c_1, c_2, c_3$  troškovi po jedinici proizvoda P1, P2, P3.

Ograničenja:

Ograničenja na resurse:  $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 \leq R_1$   $a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 \leq R_2$  gdje  $a_{ij}$  predstavlja količinu resursa potrebnu za proizvodnju jedinice proizvoda  $x_j$ , a  $R_1$  i  $R_2$  su dostupne količine resursa.

Minimalna proizvodnja:  $x_1 \geq D_1, x_2 \geq D_2, x_3 \geq D_3$  gdje su  $D_1, D_2, D_3$  minimalne potrebne količine za zadovoljavanje tržišnih zahtjeva.

Korištenjem Excel Solvera tvrtka može brzo optimizirati proizvodnju za sve svoje proizvode, minimizirajući troškove i zadovoljavajući tržišne potrebe. Excel omogućava preglednost podataka, lako unošenje i prilagođavanje ograničenja te automatsko izračunavanje optimalnih rješenja.



## 5. RASPRAVA

Kroz raspravu u završnom radu se žele analizirati i interpretirati rezultati istraživanja. Kako bi se ovaj dio rada napravio potrebno je povezati teorijski dio zajedno s istraživačkim dijelom rada.

Kroz linearno programiranje želi se postići optimizacija jednog poslovnog procesa. Kroz prethodni primjer gdje u Radenska Adriatic žele napraviti novu vrstu soka kombinacijom dvije vrste sokova koja će imati što manje troškove, uz zadovoljavanje uvjeta da napitak sadrži najviše 4 dekagrama šećera i najmanje 20 miligrama vitamina C.

Može se uočiti kako se radi o klasičnom primjeru linearnog programiranja gdje je cilj minimizirati trošak pod određenim ograničenjima. Krajnji cilj je postići minimiziranje ukupnog troška proizvodnje koje su ovisne o količinama i cijenama sokova. Također je potrebno postaviti ograničenje da sadržaj šećera smije biti najviše 4 dekagrama, a minimalna količina C vitamina treba biti minimalno 20 miligrama.

Kroz provedenu analizu, došlo se do zaključka da je moguće zadovoljiti oba prethodno navedena uvjeta, ali je potrebno pronaći omjer koji će istodobno smanjiti troškove što je moguće više. Drugim riječima, potrebno je napraviti novi proizvod koji će biti najoptimalniji s obzirom na zadane uvjete.

Na osnovu linearnog programiranja došlo se do zaključka da je potrebno imati 5 decilitara jedne vrste soka i 5 decilitara druge vrste soka što za posljedicu ima ukupni trošak proizvodnje u iznosu od 25 NJ, a istovremeno su zadovoljeni svi uvjeti za šećer i vitamin C.

Nakon što je napravljena analiza može se zaključiti kako je linearno programiranje efikasno sredstvo za donošenje optimalnih odluka u različitim proizvodnim procesima gdje je

potrebno postići ravnotežu između dva proizvoda uz zadovoljenje svih prethodno navedenih uvjeta.

## 6. ZAKLJUČAK

Donošenje optimalnih ponuda u poslovanju je od velike važnosti, a za poslovno odlučivanje se upotrebljavaju kvantitativne metode. Kako bi se donijela ispravna odluka potrebno je prepoznati problem, odrediti i definirati zadatak te snimiti i analizirati postojeće stanje kako bi se donijela ispravna poslovna odluka. Jedan od načina kako donijeti ispravnu odluku je linearno programiranje jer se pomoću linearnog programiranja postiže najbolje rješenje u smislu minimalnog ili maksimalnog profita u određenom matematičkom modelu čiji uvjeti budu iskazani na linearan način. Shodno tomu, dolazi se do zaključka da je linearno programiranje vrlo važan segment u optimizaciji cjelokupnog poslovnog procesa. Linearno programiranje se obavlja putem različitih metoda koje uključuju simpleks metodu, alat Solver iz programa Excel, grafičke metode i R program. Radenska Adriatic je tvrtka koja je poznata po mnogobrojnim pićima, a kroz primjena linearnog programiranja uz pomoć Excel alata kao što je Solver omogućuje Radenska Adriatic optimizaciju proizvodnih procesa, smanjenje troškova i povećanje konkurentnosti. Excel olakšava vizualizaciju problema, brzo rješavanje složenih matematičkih modela i prilagodbu scenarija, čime se postiže bolja kontrola nad proizvodnjom i resursima. Na taj način, tvrtka može bolje odgovoriti na tržišne zahtjeve i održati visok stupanj efikasnosti u proizvodnji, uz optimalne poslovne odluke temeljene na preciznim analizama i simulacijama.

## LITERATURA

### Knjige:

1. Anderson, D. (2016). *An Introduction to Management Science: Quantitative Approaches to Decision Making*. CENGAGE learning, SAD.
2. Anderson, D.R., Sweeney, D.J. i Williams, T.A. (2004). *Quantitative Methods for Business*. Ohio, SAD.
3. Babić, Z. (2005). *Linearno programiranje*. Impresum, Split.
4. Barković, D. (2001). *Operacijska istraživanja*. Ekonomski fakultet u Osijeku, Osijek.
5. Buble, M. (2008). *Menadžment*. Ekonomski fakultet u Splitu, Split.
6. Gomez-Mejia, L.R., Balkin, D.B., Cardy, R.L. (2008). *Management: people, performance - 3rd ed*. McGraw-Hill/Irwin.
7. Klepić, Z. (2015). *Donošenja odluka – predavanja*. Ekonomski fakultet – Sveučilište u Mostaru.
8. Kovačić, B. (2015). *Problem matematičkog programiranja - predavanja*. Veleučilište u Požegi, Požega.
9. Kuzmanović, I. i Sabo, K. (2016). *Linearno programiranje*. Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Osijek.
10. Lovrić, Lj. (2014). *Kvantitativne metode za poslovno odlučivanje – predavanja*. Ekonomski fakultet Rijeka, Rijeka.
11. Pavlović, I. (2005). *Kvantitativni modeli i metode u poslovnom odlučivanju*. Mostar, Ekonomski fakultet Sveučilišta – Dubrovnik.
12. Sikavica, P., Bebek, B., Skoko, H. i Tipurić, D. (1999). *Poslovno odlučivanje*. Novi informator, Zagreb.
13. Šimunović, K. i Havrlišan, S. (2019). *Primjena linearnog programiranja u strojarstvu*. Slavonski Brod: Strojarski fakultet.

## Internet:

1. Crnjac Milić, D. i Martinović, M. (2012). *Povijesni pregled implementacije matematike i statistike u ekonomiju*. Ekonomski vjesnik : Review of Contemporary Entrepreneurship, Business, and Economic Issues, Vol. XXV No. 2.: <https://hrcak.srce.hr/94877>, učitano: 18.9.2024.
2. Fourier–Motzkin elimination: [https://en.wikipedia.org/wiki/Fourier%E2%80%93Motzkin\\_elimination](https://en.wikipedia.org/wiki/Fourier%E2%80%93Motzkin_elimination), učitano: 27.6.2023.
3. Gusić, M. (2016). *George Bernard Dantzig*. Matka : časopis za mlade matematičare, Vol. 25 No. 97, Čakovec: <https://hrcak.srce.hr/180943>, učitano: 18.9.2024.
4. How to be an R soul: an introduction to the R tool in Alteryx: <https://www.theinformationlab.co.uk/2017/05/09/9771/>, učitano: 29.6.2023.
5. Kvantitativne metode: <http://struna.ihjj.hr/naziv/kvantitativne-metode/21157/>, učitano: 25.6.2023.
6. Optimiranje: <https://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?ID=45345>, učitano: 27.6.2023.
7. Petkovićek, D. (2019). Linearno programiranje: <http://matematika.fkit.hr/staro/izborna/referati/Daniela%20Petkovicsek%20-%20Linearno%20programiranje.pdf>, učitano: 26.6.2023.
8. Radenska Adriatic: <https://www.radenska.hr/nase-marke?m=hr>, učitano: 30.6.2023.

## **POPIS SLIKA**

Slika 1: Logotip Radenska Adriatic.....	19
---	----

## **POPIS TABLICA**

Tablica 1: SWOT analiza Radenska Adriatic.....	20
--	----