

# Operacijska istraživanja u Hrvatskoj i svijetu

---

**Grbavac, Antun**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2020**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Economics in Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Ekonomski fakultet u Osijeku**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:145:075964>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2025-02-18**



*Repository / Repozitorij:*

[EFOS REPOSITORY - Repository of the Faculty of Economics in Osijek](#)



Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku  
Ekonomski Fakultet u Osijeku  
Preddiplomski studij (Poslovna informatika)

Antun Grbavac

**OPERACIJSKA ISTRAŽIVANJA U HRVATSKOJ I SVIJETU**

Završni rad

Osijek, 2020.

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku  
Ekonomski Fakultet u Osijeku  
Preddiplomski studij (Poslovna informatika)

Antun Grbavac

## **OPERACIJSKA ISTRAŽIVANJA U HRVATSKOJ I SVIJETU**

Završni rad

**Kolegij: Kvantitativne metode za poslovno odlučivanje**

JMBAG: 0010209175

e-mail: [angrbava@efos.hr](mailto:angrbava@efos.hr)

Mentor: izv.prof.dr.sc. Martina Briš Alić

Osijek, 2020.

Josip Juraj Strossmayer University of Osijek  
Faculty of Economics in Osijek  
Undergraduate Study of Business Informatics

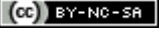
Antun Grbavac

**OPERATIONS RESEARCH IN CROATIA AND IN THE  
WORLD**

Final paper

Osijek, 2020.

**IZJAVA**  
**O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI,**  
**PRAVU PRIJENOSA INTELEKTUALNOG VLASNIŠTVA,**  
**SUGLASNOSTI ZA OBJAVU U INSTITUCIJSKIM REPOZITORIJIMA**  
**I ISTOVJETNOSTI DIGITALNE I TISKANE VERZIJE RADA**

1. Kojom izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je završni rad isključivo rezultat osobnoga rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu. Potvrđujem poštivanje nepovredivosti autorstva te točno citiranje radova drugih autora i referiranje na njih.
2. Kojom izjavljujem da je Ekonomski fakultet u Osijeku, bez naknade u vremenski i teritorijalno neograničenom opsegu, nositelj svih prava intelektualnoga vlasništva u odnosu na navedeni rad pod licencom *Creative Commons Imenovanje – Nekomercijalno – Dijeli pod istim uvjetima 3.0 Hrvatska*. 
3. Kojom izjavljujem da sam suglasan/suglasna da se trajno pohrani i objavi moj rad u institucijskom digitalnom repozitoriju Ekonomskoga fakulteta u Osijeku, repozitoriju Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku te javno dostupnom repozitoriju Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu (u skladu s odredbama Zakona o znanstvenoj djelatnosti i visokom obrazovanju, NN br. 123/03, 198/03, 105/04, 174/04, 02/07, 46/07, 45/09, 63/11, 94/13, 139/13, 101/14, 60/15).
4. Izjavljujem da sam autor/autorica predanog rada i da je sadržaj predane elektroničke datoteke u potpunosti istovjetan sa dovršenom tiskanom verzijom rada predanom u svrhu obrane istog.

**Ime i prezime studenta/studentice:** Antun Grbavac

**JMBAG:** 0010209175

**OIB:** 30379998796

**e-mail za kontakt:** antun.grbavac@gmail.com

**Naziv studija:** Preddiplomski studij (Poslovna informatika)

**Naslov rada:** Operacijska istraživanja u Hrvatskoj i svijetu

**Mentor/mentorica rada:** izv.prof.dr.sc. Martina Briš Alić

U Osijeku, 2020. godine

Potpis 

# Operacijska istraživanja u Hrvatskoj i svijetu

## SAŽETAK

Tema završnog rada operacijska su istraživanja u Hrvatskoj i svijetu. Operacijska istraživanja grana su znanosti koja povezuje znanja iz matematike, logike, ekonomije, računalne znanosti itd. Cilj je operacijskih istraživanja pronaći najbrže, najbolje i najefikasnije rješenje za određeni problem te na taj način isključiti mogućnost pogrešne ljudske prosudbe zbog koje bi moglo doći do neželjenih troškova. Operacijska istraživanja pojavljuju se od najjednostavnijih problema s kojima se ljudi susreću u svakodnevnom životu pa do problema vezanih za upravljanje velikim poduzećima ili vojnim organizacijama, a kojima je cilj pronaći optimalno rješenje postavljenog problema. Nekada je put do optimalnog rješenja jednostavan, a nekada je toliko kompleksan i jedino uporaba snažnih računala može donijeti rješenje. Operacijska se istraživanja na neki način pojavljuju u svakom aspektu ljudskog života. Različite metode i modeli koriste se prilikom rješavanja kompleksnih problema, stoga su u završnom radu prikazani pojednostavljeni primjeri nekoliko najpopularnijih metoda i modela koji se koriste u operacijskim istraživanjima. Modeli predstavljaju pojednostavljen matematički prikaz postavljenog problema i različitim metodama rješavanja tako postavljenog problema dolazi se do optimalnog rješenja. Najbolji odgovor na pitanje: „Što predstavljaju operacijska istraživanja?“ može se dati kroz jednostavan odgovor koji govori kako su operacijska istraživanja efikasan način pronalaska optimalnog (najboljeg) rješenja za svaki problem s kojim se susrećemo u svakodnevnom privatnom i poslovnom životu.

**Ključne riječi:** operacijska istraživanja, problem, optimalno rješenje, model, metoda

# **Operations research in Croatia and in the world**

## **ABSTRACT**

The topic of this final paper is the operations research in Croatia and in the world. The operations research is a branch of science that uses knowledge from mathematics, logic, economics, computer science, etc. The goal of the operations research is to find the fastest, the best, and the most efficient solution for the set problem and use it to exclude wrong calculations made by humans in order to cut off unnecessary costs. The operations research can be found from the simplest problems that humans come across in everyday life to the problems of managing huge corporations or even military organizations. All of them have the goal to find an optimal solution for their problem. Sometimes the solution is easy and simple and sometimes the problem can be very complex and it requires the use of powerful computers to solve it. The operations research can be found in some way in every aspect of human life. Different methods and models are used in operations research. The models are simplified mathematical representations of the real problem and the methods are the way to solve them and get an optimal solution. The best answer to the question: „What are operations research?“ is given as a simple answer that defines the operations research as an efficient way of getting an optimal solution for all of the everyday problems.

**Keywords:** operations research, problem, optimal solution, model, method

# Sadržaj

<b>1. Uvod</b> .....	<b>1</b>
1.1 Predmet istraživanja .....	1
1.2 Sadržaj i struktura rada .....	1
1.3 Cilj istraživanja.....	2
<b>2. Metodologija rada</b> .....	<b>2</b>
<b>3. Operacijska istraživanja</b> .....	<b>3</b>
3.1. Definicija pojma.....	3
3.2. Povijesni razvoj operacijskih istraživanja .....	4
3.3. Bit operacijskih istraživanja.....	5
<b>4. Metode operacijskih istraživanja</b> .....	<b>8</b>
4.1. Linearno programiranje .....	8
4.1.1. Povijest linearnog programiranja .....	9
4.1.2. Opis i prikaz linearnog programiranja kroz primjere.....	9
4.2. Transportni problem .....	12
4.3. Teorija igara.....	13
4.4. Stablo odlučivanja .....	15
<b>5. Operacijska istraživanja u Hrvatskoj</b> .....	<b>16</b>
5.1. Primjena operacijskih istraživanja kao baza za kreiranje demografske politike .	17
5.2. Empirijska analiza efikasnosti hrvatskih zračnih luka.....	18
5.3. Efikasnost poslovanja hrvatskih bolnica.....	18
5.4. Primjena operacijskih istraživanja u problemu efikasne raspodjele poljoprivrednog zemljišta .....	19
5.5. Primjena operacijskih istraživanja u optimalnom grupiranju industrije namještaja u Hrvatskoj.....	21
<b>6. Operacijska istraživanja u svijetu</b> .....	<b>22</b>
6.1. Plan proizvodnje u Harris Corporation .....	22
6.2. Mješavina sirove nafte u Texacu .....	23
6.3. Organizacija reda letenja u Delta Air Linesu .....	24
<b>7. Zaključak</b> .....	<b>25</b>
<b>Literatura</b> .....	<b>26</b>
<b>Popis slika</b> .....	<b>28</b>
<b>Popis tablica</b> .....	<b>29</b>



# **1. Uvod**

## **1.1 Predmet istraživanja**

„Operacijska istraživanja u Hrvatskoj i svijetu“ predmet su istraživanja ovog završnog rada. Prilikom istraživanja korišteni su primarni izvori podataka i sekundarni izvori podataka. Primarni izvor podataka predstavlja odnosi se na autorovo istraživanje navedeno u zadnjem dijelu završnog rada po pitanju komparativnog prikaza operacijskih istraživanja u Hrvatskoj i u svijetu. Sekundarni izvori podataka, odnosno podaci i informacije za koje je istraživanje proveo netko drugi, čine veliku većinu ostatka rada. Sekundarni izvori podataka korišteni u izradi ovog završnog rada odnose se na stručnu literaturu, članke na internetu te podatke prikupljene iz drugih radova koji su pobliže objašnjavali teme koje se spominju u ovom radu.

## **1.2 Sadržaj i struktura rada**

Prvi dio završnog rada razmatrat će osnovne pojmove operacijskih istraživanja, njihovu definiciju, njihovu podjelu te će pobliže pokušati objasniti bit operacijskih istraživanja.

Drugi dio završnog rada prikazat će primjenu operacijskih istraživanja kroz povijest, odnosno pojasnit će razloge koji su doveli do početka korištenja ove znanstvene i matematičke metode u rješavanju problema vezanog za odlučivanje koji se primjenjuje u stvarnom životu.

Nakon definiranja pojma i prikaza povijesnog razvoja metode pobliže će, uz primjere, biti prikazano nekoliko različitih metoda operacijskih istraživanja te će biti prikazana njihova svrha, njihov cilj te njihova primjena.

Kako je tema završnog rada „Operacijska istraživanja u Hrvatskoj i svijetu“, na kraju ovog rada nalazit će se komparativan prikaz primjene operacijskih istraživanja u Hrvatskoj te u svijetu kroz različite primjere.

### **1.3 Cilj istraživanja**

Tema „Operacijska istraživanja u Hrvatskoj i svijetu“ odabrana je kao tema ovog završnog rada s ciljem jasnijeg definiranja samog pojma operacijskih istraživanja, ali i s ciljem prikazivanja što je dovelo do potrebe za takvim načinom obrade različitih podataka.

Svrha ovog završnog rada je osim definiranja i razvoja operacijskih istraživanja prikazati i najčešće korištene metode operacijskih istraživanja kao i njihovu primjenu u konkretnim slučajevima iz različitih aspekata života i poslovanja u Hrvatskoj i svijetu. Završni rad bazirat će se na primjeni operacijskih istraživanja u ekonomiji i u svakodnevnom životu, a manje će se bazirati na primjeni operacijskih istraživanja u matematici budući da to nije primarna svrha ovog završnog rada.

## **2. Metodologija rada**

Metodologija je znanstvena disciplina koja se bazira na proučavanju znanstvenih metoda, a metoda predstavlja osnovni put pomoću kojeg se ide u istraživanje. Prilikom izrade ovoga rada korištene su povijesna metoda i deskriptivna metoda te metoda klasifikacije, analize i kompilacije. Najstarija je metoda klasifikacije, a ona je ujedno i najjednostavnija znanstvena metoda. Odnosi se na potpunu i sistemsku podjelu jednog općeg pojma na više posebnih pojmova, no još se uvijek nalazi unutar opsega općeg pojma. Metoda analize postupak je pomoću kojeg se složene pojmove, sudove ili zaključke raščlanjuje na elemente te na sastavne dijelove koji su jednostavniji. Metoda kompilacije predstavlja postupak preuzimanja tuđih opažanja, stavova, zaključaka ili spoznaja. Povijesna i deskriptivna metoda opisuju neke prošle događaje vezane uz određeni pojam.

### **3. Operacijska istraživanja**

#### **3.1. Definicija pojma**

Neralić (2012) navodi kako operacijska istraživanja predstavljaju disciplinu s pomoću koje se realni procesi matematički modeliraju te kao takvi služe pri donošenju optimalnih odluka. Također navodi kako se za operacijska istraživanja može reći kako predstavljaju disciplinu koja uz primjenu matematičkih modela i uz metodu optimizacije ima za cilj znanstvenim pristupom pomoći pri rješavanju problema te pomoći prilikom upravljanja složenim sustavima na način da se donose bolje odluke.

Barković (2011) operacijska istraživanja definira kao interdisciplinarno i kompleksno područje. Navodi kako se operacijska istraživanja kroz korištenje svih svojih specijalnih područja bave rješavanjem problema vezanih za odlučivanje, a koji pak svoju podlogu imaju u stvarnosti. Ovisno o vrsti problema mogu se primijeniti adekvatni modeli te metode koje će služiti boljem pribavljanju informacija, boljem strukturiranju problema, i metode koje će služiti egzaktnom i približnom računanju, a sve u svrhu bolje transparentnosti stvarnosti.

Dakle, može se reći kako su operacijska istraživanja primjena raznih znanstvenih metoda u rukovođenju raznih aspekata života poput organizacije vojske, organizacije vlade, organizacije poslovanja ili organizacije industrije. Operacijska istraživanja nastoje, organizaciji u čiju svrhu se koriste, pružiti pristup objektivnim i kvantitativnim podacima koji će pomoći pri donošenju optimalnog rješenja za problem koji rješavaju. Kako se osim primjene matematičkih znanja često zahtijevaju i primjene znanja iz drugih znanstvenih disciplina, operacijska se istraživanja najčešće vrše kroz grupe (timove) znanstvenika, koji se bave različitim znanstvenim disciplinama, u svrhu rješavanja definiranog problema. (Holstein, K. W. 2018)

Kao što je već navedeno, operacijska istraživanja nastoje rukovodećim osobama pružiti optimalne informacije prilikom donošenja rješenja za promatrani problem, no ta se činjenica može primijeniti i izvan znanstvenih krugova kroz donošenje raznih odluka poput najjednostavnijih problema kao što je primjerice odlazak u trgovinu kupiti osnovne namirnice. Tu se, naravno, neće ići u primjenu kompliciranih matematičkih modela, no ono što je većini

najbitnije vezano za rješavanje ovog problema je obaviti to u najkraćem mogućem roku i uz najpovoljnije moguće cijene.

Operacijska istraživanja pokazuju kako se rukovodeće odluke trebaju donositi, kako će se prikupiti i obraditi informacije potrebne za donošenje optimalnog rješenja, kako će se te odluke pratiti nakon što se iste implementiraju i kako će se organizirati sam proces donošenja i implementacija odluke. (Holstein, K. W. 2018)

### **3.2. Povijesni razvoj operacijskih istraživanja**

Iako se smatra kako su operacijska istraživanja relativno mlada znanstvena disciplina, prvi primjer korištenja operacijskih istraživanja u povijesti zabilježen je u slučaju Arhimeda iz Sirakuze koji je živio u periodu od oko 287. godine prije Krista do oko 212. godine prije Krista. Arhimed je bio grčki fizičar i astronom te jedan od najvećih matematičara starog vijeka. Osim brojnih otkrića iz područja matematike i fizike, Arhimed je dobio i vrlo važnu zadaću u obrani grada Sirakuze koji je bio pod potencijalnom prijetnjom od rimske flote te je morao pronaći efikasan način kojim se grad može zaštititi od nje, odnosno morao je provesti istraživanje vojne operacije u svrhu zaštite svog grada. Ovo se može tumačiti kao vojni aspekt operacijskih istraživanja budući da se pojam efikasnosti veže uz optimalno korištenje resursa u svrhu postizanja željenog rezultata.

U 17. stoljeću matematičari poput Nizozemca Christiaana Huygensa i Francuza Blaisea Pascala pokušavali su riješiti probleme koji su uključivali složene odluke povezane s vjerojatnošću. Ti su problemi riješeni u 18. i 19. stoljeću koristeći matematičku granu kombinatoriku. Istraživanja Charlesa Babbagea povezana s troškovima prijevoza i sortiranja pošte dovela su do reformi unutar Royal Maila, službenog poštanskog ureda u Velikoj Britaniji, a kasnije i do rješavanja problema vezanih za željeznički promet.

Prvotni naziv „Operational Research“ s vremenom je postao „Operation Research“ te u razdoblju od 1937. do 1939. godine taj je pojam uveden unutar istraživačkog odjela koji je pripadao ministarstvu zrakoplovstva Velike Britanije. Pojam operacijskih istraživanja bio je vrlo blizak istraživanjima koja su se provodila u svrhu korištenja radara kao pomoći u obrani

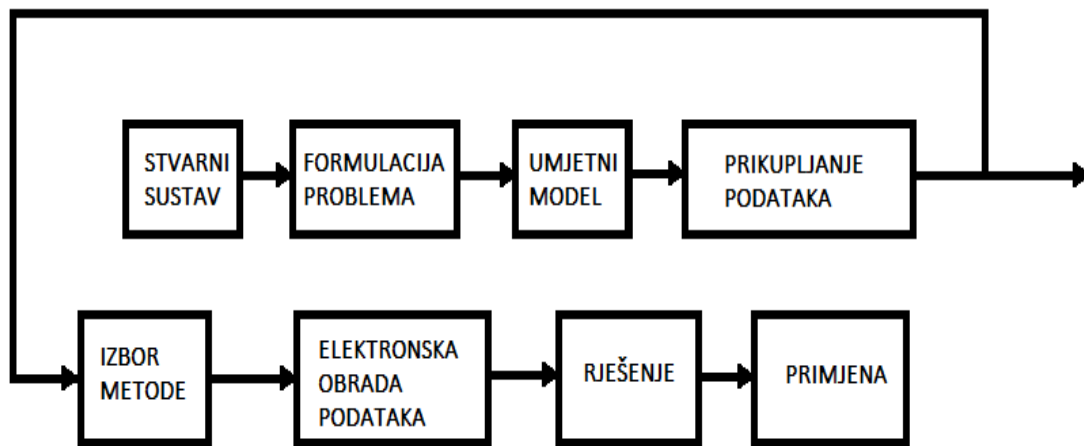
od zračnih napada. U narednim godinama razvile su se matematičke analize koje su pomogle prilikom problema vojnog odlučivanja, a tu se primjerice pronašlo rješenje za problem konvoja. Problem konvoja bio je vezan veličinu pratnje koja je osiguravala prelaske britanske trgovačke flote preko Atlantika za vrijeme drugog svjetskog rata. Prvotno je cilj bio pronaći rješenje za problem neprijateljskih podmornica, a kasnije i za manevre koje su brodovi izvodili u cilju izbjegavanja zračnih napada. (Barković, D. 2011)

Nakon što je drugi svjetski rat završio metodologija korištena u operacijskim istraživanjima privukla je veliku pažnju te je ubrzo postalo svima jasno kako se rješenja povezana s optimizacijom mogu primijeniti i u raznim drugim situacijama kao što su ekonomski problemi, inženjerski problemi itd. Veliki broj problema iz područja ekonomije danas se rješavaju korištenjem optimizacije dobivene operacijskim istraživanjima, a neki su od problema transportni problem, optimalan način raspodjele resursa ili ljudskih resursa. (Neralić, L. 2012)

„Iz povijesne perspektive se razabire da su temelji operacijskih istraživanja trasirani u ranom razvoju na polju ekonomije, statistike, matematičkog računanja i fizike. Kao relativno mlada disciplina operacijska istraživanja su tek u posljednjih deset, a ponekad i pet godina uspješno provela svoje ideje na polje praktične primjene.“ (Barković, D. 2011)

### **3.3. Bit operacijskih istraživanja**

Barković (2011) postupak operacijskih istraživanja svodi na četiri koraka. Prvim se korakom formulira problem odnosno pomoću njega se sustavu koji je predmet istraživanja postavljaju granice, nakon toga potrebno je konstruirati model i tada se koristi modelsko računanje. Nakon što su obavljena prva tri koraka, zadnji korak predstavlja primjenu operacijskih istraživanja. U nastavku navodi kako je svaki od koraka kompleks koji se sastoji od više pojedinih postupaka pa navodi kako se konstrukcija modela sastoji od matematičkog prikaza odnosa i veza između okruženja sustava i njegovih elemenata. Konstrukcija modela također se sastoji od pribavljanja i organizacije podataka, od primjene tehničkih koeficijenata u stvarnosti, te od testiranja modela u odnosu na realnost te navodi kako se konstrukcija modela sastoji i od postavljanja jednog cilja ili više njih.



Slika 1. Shematski prikaz koraka operacijskih istraživanja

Slika 1. prikazuje shematski prikaz između pojedinih koraka, a u nastavku će svaki od tih koraka biti pobliže definiran i označen te će biti jasna funkcija svakog pojedinog koraka.

1. Stvarni sustav - „Stvarni sustav je stvarnost sama, npr. poduzeće“ (Barković, D. 2011)
2. Formulacija problema – Prema Barkoviću formulacija problema predstavlja jednu od najtežih intelektualnih faza te se iz tog razloga prvo formira tim koji se sastoji s jedne strane od predstavnika poduzeća, a s druge strane od raznih specijalista poput specijalista za operacijska istraživanja ili statističara. Predstavnici poduzeća nastoje specijalistima verbalnim putem formulirati predodžbu o cilju kojeg žele postići i koji bi se trebao ostvariti. Ovakva formulacija cilja stručnjacima pomaže pri postavljanju okvira stvarnog postavljanja problema. (Barković, D. 2011)

3. Model – Model se može opisati kao idealizirani prikaz tj. opis stvarnosti. Barković dalje navodi da ukoliko se to pitanje prenese na model, tada nastaje formalni problem, a formalni problem se definira kada se matematičkom modelu pridoda pitanje koje se postavlja u stvarnom problemu. (Barković, D. 2011)
4. Prikupljanje podataka – Barković spominje prikupljanje i obuhvaćanje podataka kao jedan mukotrpan posao u kojem se za postavljanje modela općenite formulacije različitih koeficijenata zamjenjuju konkretnim brojevima, a ti brojevi ne budu odmah pripremljeni nego se u nekim slučajevima koriste statistička istraživanja, u nekim slučajevima se podaci traže u bilancama itd. Ono što se često pokazuje kao veliki problem je činjenica kako se pri tome ne dobiju uvijek točni podaci nego se među njima nalaze i pogreške, a ti se problemi dodatno pojačavaju ako je u pitanju velik broj različitih varijabli. (Barković, D. 2011)
5. Izbor metode – Metoda predstavlja način rješavanja konkretnog problema u nekom modelu i izbor metode ovisi o modelu, a različite metode rješavanja modela bit će detaljnije prikazane u nastavku ovog rada.
6. Elektronska obrada podataka – odnosi se na uporabu računala prilikom obrade velike količine podataka te računalo bude uključeno već i u samom pribavljanju podataka. „Kod velikih problema ne može se bez računala. Pored velikih računala u praksi se pojavljuje veliki broj osobnih računala pomoću kojih se brže pronalaze optimalna rješenja za različite probleme. Za mnoge od njih postoje već gotovi programski paketi specijaliziranih software firmi.“ ((Barković, D. 2011))
7. Rješenje – Pitanje koje je postavljeno pomoću modela formalni odgovor dobije pomoću primjene metoda i korištenjem računala, navodi Barković, te dodaje kako se u matematičkim modelima do rješenja dolazi metodama optimizacije koje su dobro definirane. Rješenje koje se dobije na ovaj način predstavlja matematičko rješenje te preostaje zadnjih korak u postupku operacijskih istraživanja, a to je primjena dobivenog matematičkog rezultata pri rješavanju stvarnog problema.
8. Primjena – Ono što je najbitnije u ovoj zadnjoj fazi jest to da osobe koje će primjenjivati i koristiti te metode budu u komunikaciji s operacijskim istraživačima kako bi se

rješenje implementiralo na zadovoljavajući način za predstavnike poduzeća i za osobe koje će biti odgovorne za upravljanje sustavom.

## **4. Metode operacijskih istraživanja**

Metode koje se koriste u operacijskim istraživanja skup su metoda iz područja matematike i statistike koje se kombiniraju s tehnikama čija je zadaća pronalaženje optimalnog rješenja za zadani problem. Ključne stavke tih metoda uključuju matematičku logiku te korištenje simbola koji su apstraktni, a ipak se mogu povezati sa stvarnim svijetom. U ovom će radu biti spomenuto nekoliko najčešćih i najpopularnijih metoda operacijskih istraživanja koje se svakodnevno koriste.

Metode koje će biti obrađene su:

1. Linearno programiranje
2. Transportni problem
3. Teorija igara
4. Stablo odlučivanja

### **4.1. Linearno programiranje**

Linearno je programiranje jednostavna metoda kojom se složeni problemi mogu „rastaviti“ na skup jednostavnijih problema koji će biti prikazani pomoću linearnih jednadžbi. Nadalje, jednostavniji prikaz tih problema pomoći će pri pronalasku optimalnog rješenja.

Najjednostavniji primjer linearnog programiranja s kojim se svakodnevno susrećemo je pronalazak najbržeg i najkraćeg puta od kuće do posla. Na taj se način nekoliko faktora promatra odvojeno te se pronalazi zajedničko rješenje, a rješavaju se problemi poput odabira najkraće rute ili odabira rute koja prosječno bude najmanje opterećena prometom ili koja recimo ima najmanji broj semafora kao faktora koji mogu usporavati put.



Problem linearnog programiranja može biti i izrada timskog projektnog zadatka koji je potrebno predati do određenog roka. Zadaća tima tada je pronaći najoptimalnije i najefikasnije rješenje za svakog člana tima kako bi se traženi zadatak mogao predati na vrijeme.

#### 4.1.1. Povijest linearnog programiranja

Linearno programiranje kao moderna metoda operacijskih istraživanja svoje začetke ima u vremenu neposredno prije, tijekom i u vremenu nakon završetka drugog svjetskog rata. Neposredno prije no što je drugi svjetski rat započeo 1939. godine, sovjetski se matematičar i ekonomist Leonid Kantorovich bavio problemom linearnog programiranja i bio je prvi koji je za to ponudio rješenje. Naime, navedenu je metodu Kantorovich koristio kao pomoć vojsci te je primarni cilj bio pronaći optimalno rješenje kojim bi se organizirali polasci i dolasci određenih vojnih grupa te kako bi se na taj način optimiziralo korištenje resursa uz sekundarni cilj koji je bio usmjeren ka povećanju gubitaka neprijateljske vojske. U početku je naišao na sumnje od strane tadašnjeg vodstva SSSR-a. Leonid Kantorovich će, uz nizozemsko-američkog ekonomista Tjallinga Charlesa Koopmansa, 1975. godine dobiti Nobelovu nagradu za ekonomiju.

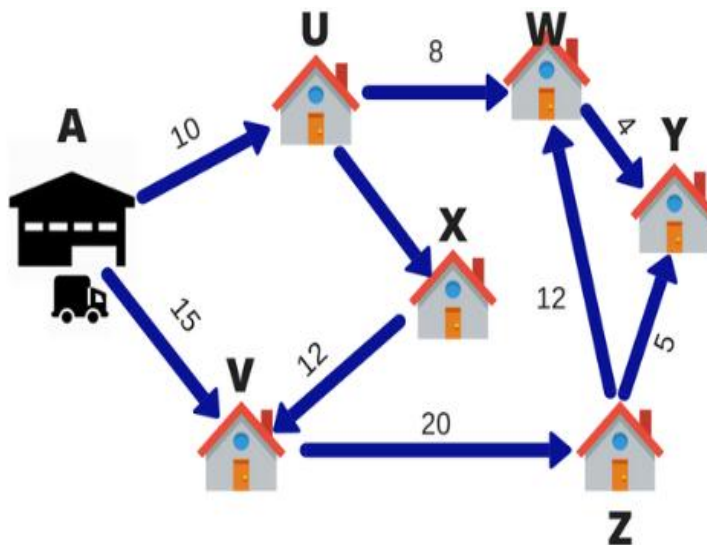
Osim Kantorovicha, značajnim se smatra i američki matematičar George Bernard Dantzig. Svojim je radom doprinio razvoju industrijskog inženjerstva, operacijskih istraživanja, računalne znanosti, ekonomici te statistici, a operacijskim istraživanjima i linearnom programiranju najviše je doprinio otkrićem Simpleks metode.

#### 4.1.2. Opis i prikaz linearnog programiranja kroz primjere

##### Primjer 1.

Početno će linearno programiranje biti prikazano kroz jednostavniji primjer. Recimo, zaposlenik jedne dostavljačke kompanije ima zadatak u danu odnijeti šest različitih paketa na šest različitih lokacija. Dostavljač ima zadatak predati sve pakete u zadanom vremenskom roku, dok kompanija očekuje minimalizirati troškove goriva. Određivanje rute kojom će to obaviti ima bitnu ulogu u ispunjenju oba cilja.

Problem je moguće prikazati grafički, a na prikazu točka A predstavlja skladište iz kojeg dostavljač kreće i u koje se po ispunjenju radnog zadatka vraća, dok su točke U, V, W, X, Y, Z odredišta za svaki pojedinačni paket, a brojka označava udaljenost između svake točke.



Slika 2. Pojednostavljeni prikaz linearnog problema

Iako je u stvarnosti prisutno puno više čimbenika koji utječu na formulaciju problema, ovim se jednostavnim prikazom može vidjeti što zapravo predstavlja linearno programiranje.

## Primjer 2.

Wynder Glass Co. proizvodi visokokvalitetne proizvode od stakla uključujući prozore i vrata u 3 odjeljenja. Aluminijski okviri se proizvode u 1. odjeljenju, drveni okviri u 2., a 3. odjeljenje proizvodi staklo i montira proizvod. Zbog pada profita, menadžment je odlučio obnoviti proizvodnju. Nefitabilni proizvodi su odbačeni, kako bi poduzeće lansiralo dva nova proizvoda za koje smatraju da imaju potencijal. To su vrata s aluminijskim okvirom i dvokrilni prozor s drvenim okvirom. U tablici su prikazana ograničenja po odjelima. (Begović, D. 2019)

Odjel	Vrijeme rada u satima po proizvodu		Vrijeme rada u tjednu
	1. Proizvod	2. proizvod	
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	14

$x_1$  = količina proizvodnje 1. proizvoda

$x_2$  = količina proizvodnje 2. proizvoda

$$\max Z = 3x_1 + 5x_2$$

Ograničenja:

$$x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

Uvjet nenegativnosti:  $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$



Slika 3. grafičko rješenje primjera

Prema informacijama vidljivim u grafičkom rješenju problema, područje koje je osjenčano predstavlja dopušteno područje, a optimalno je rješenje  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 6$ , a vrijednost funkcije cilja je 36.

## 4.2. Transportni problem

Iako transportni problem predstavlja vrstu linearnog programiranja, s obzirom na njegove specifičnosti imat će svoje zasebno poglavlje. Primjer sa slike 2. korišten je kao jednostavniji prikaz linearnog programiranja, no zapravo se radi transportnom problemu linearnog programiranja. Transportni problem linearnog programiranja veže se uz rješavanje problema troškova transporta te je optimalno rješenje ono koje te troškove svodi na minimum. Prije no što transportni problem bude prikazan matematičkim primjerom, spomenut će biti primjer iz stvarnog života.

Kada se spominje transportni problem i način pronalaska optimalnog rješenja, svakome bi palo na pamet kako dostavljači koriste najkraće rute, no primjer dostavljačke tvrtke UPS odnosno United Parcel Service govori kako to ipak nije optimalno rješenje. Kroz interno istraživanje provedeno unutar poduzeća zaključak je bio kako skretanja ulijevo dovode do veće potrošnje goriva. Naime, prilikom skretanja ulijevo, vozači se moraju zaustaviti na raskrižju i moraju pričekati prolazak vozila iz suprotnog smjera. Nakon toga svi su vozači dobili uputstvo maksimalno izbjegavati skretanje ulijevo, a isto je dozvoljeno jedino u slučaju kada nema alternativnog pravca kretanja. Pa iako voze dužom rutom, na kraju troše manje goriva što znači smanjenje troškova transporta. Ušteda goriva nije jedini benefit ovog načina transporta, pokazalo se kako je takav način smanjio i broj prometnih nezgoda te broj kašnjenja dostave jer vozači više ne ovise o vozilima koja se kreću iz suprotnog smjera. Na godišnjoj razini ušteda goriva iznosi 37,8 milijuna litara goriva. Osim što se ovim načinom smanjila potrošnja goriva što posljedično veže i manje troškove, smanjila se i emisija ispušnih plinova pa ovakav način rada manje šteti okolišu. (Mikulčić, S. 2017)

### Primjer 3.

Poduzeće koje se bavi djelatnošću prijevoza i transporta robe u trgovine dostavlja robu iz skladišta. Poduzeće tom prilikom mora zadovoljiti zahtjeve koje je postavila trgovina te robu mora dostaviti u sljedećim količinama: 60, 20 i 20 težinskih jedinica. Transportno poduzeće raspolaže s dva skladišta iz kojih robu dostavlja u trgovine, a raspoložive količine koje se nalaze u skladištima su: 70 i 30 težinskih jedinica robe. Tablično su prikazani troškovi prijevoz robe na pojedinim relacijama. U zadatku je potrebno napraviti originalni oblik i dualni oblik navedenog transportnog problema.

	S1	S2	ai		S1	S2	ai
P1	5	7	60	P1	30	30	60
P2	4	12	20	P2	20	0	20
P3	5	8	20	P3	20	0	20
bj	70	30		bj	70	30	
OGRANIČENJA							
P1	60			Minimalni trošak transporta u iznosu 540NJ dobiva se na sljedeći način:			
P2	20			20 tona robe transportira se iz pogona P1 u skladište S1			
P3	20			30 tona robe transportira se iz pogona P1 u skladište S2			
S1	70			20 tona robe transportira se iz pogona P2 u skladište S1			
S2	30			20 tona robe transportira se iz pogona P3 u skladište S1			
minT	540NJ			Podatak da su nepoznice $x_{22}$ i $x_{23}$ jednake 0 govori da se roba iz pogona P2 u skladište S2 i pogona P3 u skladište S2 ne transportira.			

Slika 4. Prikaz postavljenog i riješenog zadatka

### 4.3. Teorija igara

Teorija igara grana je matematike koja pruža alate za analiziranje situacija u kojem strane, koje nazivamo igrači, donose neovisne odluke. Neovisnost prilikom donošenja odluka igračima daje mogućnost donošenja odluka i kreiranja strategije na osnovu procjene što bi drugi igrač mogao napraviti ili kakvom se on strategijom služi. Rješenje igre opisuje optimalne odluke za igrače, koji mogu imati slične, različite ili miješane interese i ishode koji mogu rezultirati iz tih odluka. (Brams, S. J. 2020)

Prema Barkoviću (2009) teorija igara predstavlja specijalnu granu matematike. Ona je razvijena u svrhu proučavanja odlučivanja u okolnostima koje su kompleksne. Teorijom se igara rezultat pokušava predvidjeti na temelju interaktivnog modela. Unutar tog modela odluke jedne strane

izazvat će odluke druge strane. Značenje riječi „igra“ odnosi se na to kako će potez kojeg povuče jedan igrač rezultirati potezom koje će povući drugi igrači. Jednostavan primjer takve igre može biti igra par-nepar u kojoj sudjeluju dva igrača koja oba istovremeno pokazuju šaku s određenim brojem ispruženih prstiju. Igrači međusobnim dogovorom predviđaju hoće li zbroj ispruženih prstiju oba igrača biti paran ili neparan. U ovom slučaju svaki od igrača zauzima jedan stav te sam kreira odluku o tome hoće li on sam pokazati paran ili neparan broj prstiju. Igra ima dva ishoda tj. zbroj ispruženih prstiju može biti paran ili neparan, dok svaki od tih ishoda imaju dvije kombinacije pomoću kojih se takav ishod može dogoditi. Primjerice, paran zbroj dogodit će se ukoliko oba igrača pokažu neparan broj ispruženih prstiju, te ukoliko oba igrača pokažu neparan broj ispruženih prstiju. Ukoliko prvi igrač pokaže paran broj ispruženih prstiju, a drugi igrač pokaže neparan broj ispruženih prstiju tada će ishod biti neparan zbroj, dok će se isto dogoditi i u situaciju ukoliko prvi igrač pokaže neparan broj, a drugi igrač paran broj. Igru je potrebno promatrati kroz višestruko ponavljanje igre jer se tada mogu uzeti u obzir elementi teorije igre. Igre se mogu podijeliti na igre na sreću i strateške igre. Igra na sreću bila bi svaka igra u kojoj ishod u određenoj mjeri ovisi o sreći, odnosno faktoru na kojeg ne mogu utjecati. Sreća bi u ovom slučaju bila povezana s vjerojatnošću i odnosi se na postotnu šansu događanja određenog ishoda. Igrač tu svojim sposobnostima ne može utjecati na konačan ishod, a primjeri mogu ići od običnog bacanja igraće kockice pa sve do igara na sreću poput ruleta.

Zbroj kockica	Kombinacije	Vjerojatnost	Šansa u postotku
2	1+1	1/36	3%
3	1+2, 2+1	2/36	6%
4	1+3, 2+2, 3+1	3/36	8%
5	1+4, 2+3, 3+2, 4+1	4/36	11%
6	1+5, 2+4, 3+3, 4+2, 5+1	5/36	14%
7	1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1	6/36	17%
8	2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2	5/36	14%
9	3+6, 4+5, 5+4, 6+3	4/36	11%
10	4+6, 5+5, 6+4	3/36	8%
11	5+6, 6+5	2/36	6%
12	6+6	1/36	3%

Tablica 1: Igra s dvije igraće kockice

Brajdić (1998) navodi kako strateška igra predstavlja svaku igru u kojoj faktor slučajnosti (sreće) utječe na konačan ishod igre. Utjecaj na ishod može biti veći i manji ovisno o individualnoj sposobnosti igrača. Primjer takve igre može biti poker. Prilikom izučavanja strateških igara koriste se algebarske metode dok se u nekim dijelovima mogu koristiti i metode računa vjerojatnosti.

Osim podjele na igre na sreću i strateške igre, igra unutar teorije igara mogu se podijeliti po još nekoliko kriterija:

Prema broju igrača igre mogu biti:

1. Igre s jednim igračem – ovaj tip igara ne promatra se često unutar teorije igara
2. Igre s dva igrača – najčešće promatrani tip igara unutar teorije igara
3. Igre s u kojima sudjeluje više igrača

Prema ukupnoj dobiti u igri mogu biti:

1. Igre nulte sume – razlika između dobiti koju ostvaruje pobjednik i gubitka s kojim se suočava gubitnik je nula tj. onoliko koliko gubitnik izgubi, toliko dobitnik dobije
2. One koje to nisu

Prema količini dostupnih informacija:

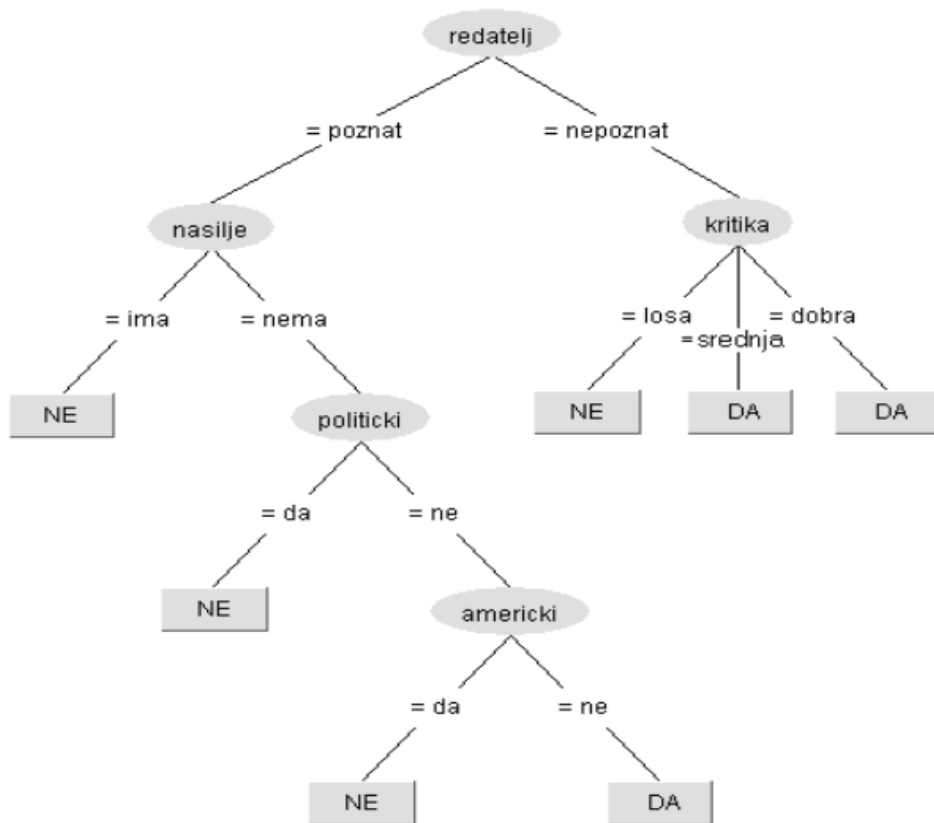
1. Igre potpune informacije – primjer je šah gdje oba igrača imaju jasan uvid u potez koji drugi igrač odigra
2. Igre nepotpune informacije – primjer bi bila aukcija jer igrači ne znaju s kojom sumom novca raspolažu drugi igrači

#### **4.4. Stablo odlučivanja**

Barković (2009) stablo odlučivanja opisuje kao shematsku prezentaciju danog problema. Svrha te prezentacije je dobiti jasniji pregled svih stanja, alternativa i ishoda.

Stablom odlučivanja može se prikazati slijed mogućih odluka te uz svaku odabranu odluku može se prikazati njihov očekivani ishod ili alternativa koja postaje mogući dodatni izbor. Stablo odlučivanja može pomoći menadžerima ili analitičarima pri formulaciji problema kada naizgled kompleksnu situaciju mogu podijeliti u niz sve manjih odluka te slijedeći poželjne

ishode mogu doći do situacije koja će im donijeti optimalno rješenje.



Slika 5. Stablo odlučivanja na primjeru izbora filma

Slika 5. prikazuje shematski primjer u kojem stablo odlučivanja pomaže prilikom odlučivanja hoće li se pogledati određeni film.

Stablo odlučivanja alternativni je način prikazivanja i analize situacije odlučivanja, a sve situacije koje možemo prikazati na tablici odlučivanja mogu se također prikazati i na stablu odlučivanja. Stablo odlučivanja slikovit je model koji reprezentira čitavu strukturu odlučivanja. (Daraboš, M. 2011)

## 5. Operacijska istraživanja u Hrvatskoj

U ovom će dijelu rada biti obrađeno nekoliko primjera primjene operacijskih istraživanja u Hrvatskoj iz različitih aspekata poslovanja. Neki od primjera primijenjeni su u praksi, a neki od njih su teoretska rješenja koja nude optimalna rješenja za formulirane probleme. Bitno je



naglasiti kako svaki od tih primjera ima prostora biti primijenjen na stvarnom problemu te će tako biti tretirani.

### **5.1. Primjena operacijskih istraživanja kao baza za kreiranje demografske politike**

Poznato je kako je populacija u Republici Hrvatskoj jedna od starijih u svijetu s vrlo nepovoljnim indeksom starenja i vrlo nepovoljnim koeficijentom starosti. Indeks starenja predstavljao bi postotni udio osoba koje su stare 60 i više godina u usporedbi s brojem osoba čije se godine kreću u rasponu od 0-19. Koeficijent starosti predstavlja udio osoba koje imaju 60 godina ili su starije u ukupnome broju stanovnika. Uz prethodno navedene probleme s kojima se suočava demografska politika u Hrvatskoj, valja naglasiti da je uz to prisutan negativan prirodni prirast, te kako sve veći broj ponajviše mlađe i visokoobrazovane populacije napušta Hrvatsku. Republika Hrvatska još nema detaljnu i razrađenu demografsku politiku kojom to može ublažiti ili s vremenom ispraviti, pa bi pri kreiranju efikasne demografske politike operacijska istraživanja mogla imati značajnu ulogu. Primjer operacijskih istraživanja u ovom području obrađen je u znanstvenom članku „A cluster analysis of Croatian counties as the base for an active demographic policy“ ili prevedeno „Grupna analiza hrvatskih županija kao temelj aktivne demografske politike“. Osnovna metoda koja je korištena u ovom primjeru je *k*-sredina (*k*-means) i to je metoda koja se koristi u operacijskim istraživanjima i rudarenju podataka. *K*-sredina je algoritam pomoću kojeg se određuje predstavnik *k* skupina te zatim za pridruživanje svake točke u skupini s onim predstavnikom koji joj je najbliži pri čemu je zbroj kvadrata udaljenosti točaka od predstavnika skupina kojima pripadaju sveden na minimum tj. algoritam generira skupine koje imaju minimalnu totalnu varijancu odnosno skupine koje su najkompaktnije. (Mirošević, I. 2016.) Tom su prilikom županije podijeljene u šest grupa koje su najslabije po promatranim parametrima koji su vezani za demografske statistike. Na taj se način može dobiti više informacija o svakoj pojedinoj grupi bez da se svaka županija zasebno analizira sa svim korištenim parametrima te se na taj način štedi vrijeme kao resurs te osim toga aktivna demografska politika zahtijevat će manje financijskih resursa te će se analizom podataka za tih šest grupa moći vidjeti koja od njih ima najviši prioritet u rješavanju problema demografske politike za županije koje su najviše pogođene gubitkom stanovništva. (Jurun, E., Ratković, N., Ujević, I. 2017.)

## **5.2. Empirijska analiza efikasnosti hrvatskih zračnih luka**

Zrakoplovna industrija u cijelom svijetu postaje jedna od najvažnijih odrednica općenitog razvoja države jer učinkovita i razgranata mreža zračnih linija između gradova pa i država omogućava najsigurniji i najbrži način prijevoza, a u globaliziranome svijetu povezanost s drugim državama jedan je od glavnih nositelja razvoja države. Republika Hrvatska ima sedam međunarodnih zračnih luka te su sve u većinskom državnom vlasništvu ili u vlasništvu lokalne uprave i samouprave. Mjerenje efikasnosti poslovanja zračnih luka sastoji se od različitih nepovezanih omjera koji daju uvid u funkcioniranje zračne luke. Prilikom obrade ovog primjera upotrebe operacijskih istraživanja korištena je metoda Data Envelopment Analysis (DEA) tj. Analiza omeđivanja podataka (AOMP). „Analiza omeđivanja podataka (AOMP) neparametarska je metoda koja se zasniva na linearnom programiranju, a njome se koristi za ocjenjivanje relativne efikasnosti usporedivih entiteta na osnovi empiričkih podataka o njihovim inputima i outputima. Pogodna je u slučajevima kada ostali pristupi ne daju zadovoljavajuće rezultate.“ (Rabar, D. 2010) AOMP metoda primjenjuje se u školstvu, poljoprivredi, bankarstvu, zdravstvu itd. Prilikom ovog istraživanja utvrđeno je kako je Zračna luka Split bila najefikasnija te je služila kao baza za usporedbu s drugim zračnim lukama. Istraživanje je pokazalo kako se neefikasnost u radu zračnih luka može smanjiti za 13% ukoliko se poslovanje svede na optimalna rješenja te ukoliko se eliminiraju tehnički nedostaci zračnih luka. Istraživanje je provedeno za vremensko razdoblje od šest godina, no ukoliko se provede detaljnije istraživanje, rezultati istraživanja mogli bi pomoći rukovodećim osobama u zračnim lukama pri povećanju efikasnosti poslovanja i boljem poslovanju općenito. (Rabar D., Zenzerović, R., Šajhir, J. 2017.) Poznato je kako se gospodarstvo Republike Hrvatske značajnim dijelom sastoji od turističkih prihoda te bi poboljšanje po pitanju povezanosti hrvatskih zračnih luka sa svijetom te poboljšanje poslovanja hrvatskih zračnih luka moglo rezultirati povećanim brojem putnika, a time bi se ostvarila višestruka korist kako za zračne luke, tako i za Republiku Hrvatsku.

## **5.3. Efikasnost poslovanja hrvatskih bolnica**

Idući primjer odnosi se na efikasnost poslovanja hrvatskih bolnica, odnosno na samu efikasnost

zdravstvenog sustava Republike Hrvatske budući da su bolnice najvažniji dio zdravstvenog sustava te prihodi i rashodi koje oni ostvaruju imaju najveći udio u strukturi ukupnih prihoda i rashoda zdravstvenog sustava u Republici Hrvatskoj. Kako se struktura podataka prilikom mjerenja efikasnosti poslovanja bazira na sličnom principu kao struktura podataka iz prethodnog primjera, također je korištena metoda analize omeđenih podataka. Na temelju više različitih vrsta podataka provedeno je istraživanje za 63 bolnice. „Na osnovi rezultata identificirane su efikasne i neefikasne bolnice i utvrđene su projekcije neefikasnih bolnica na efikasnu granicu i utvrđeni su iznosi njihove neefikasnosti. Uz to su istaknuti inputi i outputi koji su se pokazali značajnijim izvorima neefikasnosti kod većine neefikasnih bolnica, što je u primjeni osnova za smjernice provođenja potrebnih promjena u poslovanju sa ciljem postizanja efikasnosti.“(Rabar, D. 2010) Osim što su identificirani izvori neefikasnosti, također su identificirani i izvori efikasnosti, odnosno naglašene su stavke koje efikasne bolnice čine efikasnim te se na osnovu tih podataka menadžment neefikasnih bolnica može orijentirati te na taj način pokušati povećati efikasnost svoje bolnice uz istovremeno smanjenje neefikasnosti u nekim drugim područjima. (Rabar, D. 2010)

#### **5.4. Primjena operacijskih istraživanja u problemu efikasne raspodjele poljoprivrednog zemljišta**

Kilić, Rogulj i Jajac (2019) obradili su u znanstvenom članku problem efikasne raspodjele poljoprivrednog zemljišta. Efikasna raspodjela poljoprivrednog zemljišta jedna je od glavnih značajki poljoprivrednog i ruralnog razvoja. Glavni je cilj efikasnom raspodjelom poljoprivrednog zemljišta doprinijeti samoodrživosti poljoprivrede i poljoprivrednika. Poljoprivredno zemljište osnova je za bavljenje poljoprivredom koja je jedna od primarnih gospodarskih grana te je ključni preduvjet za bavljenje poljoprivredom. Ukoliko je poljoprivredno zemljište grupirano i ravnomjerno raspoređeno smanjuju se troškovi vremena te troškovi financijskih resursa kroz smanjenje praznog hoda u radu poljoprivrednika. Uzmimo za primjer poljoprivrednika koji ima na raspolaganju ukupno 15 ha raspoloživog zemljišta, no ono je podijeljeno u tri zemljišta od po 5 hektara koja su međusobno udaljena određen broj kilometara. Upravo taj put od jednog zemljišta do drugog zemljišta može prouzročiti dodatne troškove jer se osim gubitka vremena na putovanje gubi i određeni dio financijskih sredstava koje se troši na gorivo. Kako bi se ti troškovi smanjili poželjno je efikasno raspodijeliti

poljoprivredno zemljište čime bi poljoprivrednik postao konkurentniji. Drugi dio efikasne raspodjele odnosi se na ravnomjernu raspodjelu, odnosno na to da veličina dodijeljenog poljoprivrednog zemljišta bude jednaka jer se na taj način ne daje prednost određenim poljoprivrednicima u odnosu na druge poljoprivrednike. U primjeru kojeg su obradili navedeni autori korištena je metoda Fuzzy expert system, metoda operacijskih istraživanja koja se temelji na Fuzzy logici. Fuzzy logika, prevedeno neizrazita logika, „za razliku od skupova u klasičnoj logici, gdje neki element skupa može samo pripadati ili ne pripadati skupu, neizrazita logika uvodi pojam funkcije pripadnosti(engl. membership function) i stupnja pripadnosti(engl. membership degree) kojima se opisuju elementi neizrazitog skupa. Svaki neizrazit skup je definiran nad klasičnim skupom, i to tako što se svakom elementu klasičnog skupa dodjeljuje funkcija koja određuje koji je stupanj pripadnosti tog elementa skupu“. (Kolobara, V. 2018.) S obzirom na apstraktnost metode jednostavniji opis bio bi vidljiv kroz primjer sa slike.

<b>Imena</b>	<b>Visina [cm]</b>	<b>Stupanj pripadnosti</b>	
		<b>Klasična</b>	<b>Fuzzy</b>
Dario	208	1	1.00
Marko	205	1	1.00
Ivan	198	1	0.98
Tomislav	181	1	0.82
David	179	0	0.78
Matej	172	0	0.24
Robert	167	0	0.15
Saša	158	0	0.06
Borislav	155	0	0.01
Petar	152	0	0.00

Slika 6. Stupanj pripadnosti ovisno o visini.

Ovim primjerom objašnjeno je pitanje „Je li čovjek visok?“, a granica koja o tome odlučuje postavljena je na 180 cm te bi po klasičnoj logici čovjek može biti samo visok ili nizak. Prema Fuzzy logici uspoređuje se odnos između čovjeka s najvećom i najmanjom visinom te to opisuje kroz određenu brojevnu vrijednost npr. 0.78 za Davida. Dok je po klasičnoj logici David sa 179 cm nizak, a Tomislav sa 181 cm visok, po Fuzzy logici razlika je tek 0.04 te se ne može reći da

je Tomislav visok ili David nizak. Prilikom obrade podataka vezanih za poljoprivredno zemljište, uzeti su u obzir parametri: nagib poljoprivrednog zemljišta, oblik poljoprivrednog zemljišta, površina poljoprivrednog zemljišta te cestovni prilaz. Koristeći Fuzzy expert system metodu, puno se lakše može odrediti vrijednost određenog poljoprivrednog zemljišta uzevši u obzir ova četiri najvažnija parametra te se u skladu s vrijednošću poljoprivredno zemljište može efikasnije raspodijeliti. (Kilić, J., Jajac, N., Rogulj, K. 2019.)

### **5.5. Primjena operacijskih istraživanja u optimalnom grupiranju industrije namještaja u Hrvatskoj**

Slično prvom primjeru, članak „Optimal Partition of the Furniture Manufacturing in Croatia“ (Briš Alić, M., Harc, M. 2018.) govori o primjeni metoda operacijskih istraživanja u industriji namještaja u Republici Hrvatskoj. Cilj istraživanja bio je identificirati geografska područja s visokom koncentracijom proizvođača namještaja s namjerom grupiranja. Naglašava se važnost industrije namještaja koja predstavlja važan segment strategije razvoja hrvatske ekonomije. Grupiranje se odnosi na povezivanje poduzeća i institucija unutar određenog geografskog područja, a koja su povezana zajedničkim djelatnostima te načinom poslovanja. Poduzeća se grupiraju na ovaj način iz razloga što imaju slične potrebe u poslovanju te zbog interesa povećanja konkurentnosti na područjima gdje pojedinačno možda ne bi bili dovoljno konkurentni. Na taj se način ostvaruje pozitivan rast konkurentnosti malih i srednjih poduzeća. Istraživanje je obuhvatilo 287 poduzeća, a kao kriteriji grupiranja određeni su: geografska lokacija (geografska širina i dužina), broj zaposlenika, prosječna neto nadnica te dodana vrijednost, a metoda operacijskih istraživanja bila je fast partitioning algorithm, u prijevodu algoritam brzog grupiranja, radi se o novom efikasnom načinu pronalaska optimalnog grupiranja te se koristi i za npr. istraživanje potresa. Istraživanje je pokazalo kako je optimalna podjela proizvođača namještaja na sedam tzv. klastera odnosno grupa te kroz već ranije nabrojane kriterije uspoređuje iste. (Briš Alić, M., Harc, M. 2018)

## 6. Operacijska istraživanja u svijetu

### 6.1. Plan proizvodnje u Harris Corporation

Harris Corporation (danas L3Harris Technologies) američka je korporacija koja se bazira na razvoju tehnologije te je jedan od proizvođača vojne opreme. Osim proizvodnje vojne opreme pruža i usluge iz područja informacijske tehnologije (IT). Trenutno proizvode opremu za bežičnu komunikaciju, napredne taktičke radio sustave, opremu za vojne zrakoplove i bespilotne letjelice, uređaje za noćno gledanje itd. Ovo se poduzeće smatra šestim najvećim proizvođačem vojne opreme u svijetu. Međutim, ono što je u začecima ove kompanije bio vodeći problem poslovanja, kao i mnogim drugim poduzećima koja se bave proizvodnjom, je bilo planiranje proizvodnje kako bi svi proizvodi bili proizvedeni na vrijeme i u skladu s dogovorenim rokovima isporuke. Kako se tada ovo poduzeće nalazilo na tržištu koje je imalo minimalnu konkurenciju, nije se pažnja odmah pridodavala takvim detaljima jer je plasman njihovih proizvoda bio siguran. S obzirom na dobre poslovne rezultate poduzeće se proširilo i na druge dijelove tržišta poput automobilske i telekomunikacijske industrije, a tamo je konkurencija bila vrlo oštra. Tako je s vremenom poduzeće imalo poteškoće s isporukom proizvoda na vrijeme, a imali su i poteškoće po pitanju konkurentnosti u financijskom smislu. Rješenje je bilo pronaći bolji sustav poslovanja. Koristeći metodu linearnog programiranja za rješavanje matematičkih modela, uspjeli su razviti sustav planiranja koji je u potpunosti zadovoljio njihove potrebe. Svoj su sustav nazvali IMPReSS, a radilo se o automatiziranom sustavu za planiranje proizvodnje i točnu isporuku za cijelu proizvodnu mrežu. Problem su riješili „razbijanjem“ velikog problema na manje probleme koje su zatim rješavali linearnim programiranjem. Nakon toga su razvili sustav velike baze podataka koja je omogućavala prognoze, predviđanje troškova i narudžbe materijala, te koja je pružala dinamične informacije o kapacitetu. Iz tvrtke su procijenili kako je ovaj sustav povećao postotak isporuke na vrijeme sa 75% na 95% bez promjene ostalih faktora poslovanja te je godišnji gubitak od 75 milijuna američkih dolara s vremenom pretvorio u profit od 40 milijuna dolara godišnje. Na taj je način poduzeće došlo u priliku širiti svoje poslovanje kroz nove i efikasnije investicije. (Leachman, R. C., Benson, R.F., Liu, C., Raar D. J., 1996.)

## 6.2. Mješavina sirove nafte u Texacu

Texaco je američka naftna kompanija koja je osnovana 1901. godine. S vremenom se razvila i bazirala na proizvodnji nafte, motornog ulja te zemnog plina, te je dugo godina bila jedina kompanija koja je prodavala svoje proizvode pod istim imenom u svih 50 država unutar Sjedinjenih Američkih Država, te je svoje proizvode plasirala i u Kanadu te tako postala nacionalni brend na svom tržištu. Od sredine 1940-ih pa sve do 1970-ih ova je kompanija bila dio grupacije „Sedam sestara“, a ta je grupacija dominirala svjetskim tržištem nafte i naftnih derivata. S vremenom se poduzeće ujedinjavalo s više grupacija, no još uvijek postoji pod imenom Texaco. Operacijska istraživanja imaju vrlo značajnu ulogu u poslovanju naftnih kompanija i to u području proizvodnje benzina iz mješavine sirove nafte u naftnim rafinerijama, stoga kompanije koriste vrlo sofisticirane modele optimizacije. Texaco koristi sustav pod nazivom „StarBlend“ kojeg pokreće mreža mikroročunala. Kako bi nastavak bio nešto jasniji, potrebno je objasniti proces dobivanja nafte. Kada nafta stigne do rafinerije, ona sadržava razne elemente poput vode, soli, sumporne spojeve, kiseline te razne nečistoće. Svi ti elementi imaju negativan utjecaj na postrojenje te se zbog toga nastoje ukloniti. Zatim se kroz razne procese nafta prerađuje sve do krajnjeg koraka koji se naziva proces Blending, a on se upotrebljava onda kada se petrolej, benzin i dizelsko gorivo kombiniraju kako bi se dobio završni proizvod. S obzirom kako se radi o vrlo zahtjevnom i složenom procesu koji zahtjeva znanje o svim komponentama koje su uključene u postupku, koriste se razvijeni računalni modeli i simulacije. Svaki završni proizvod razlikuje se po karakteristikama kao što je cijena, a također se i svaki završni proizvod sastoji od niza drugih karakteristika koja također utječu na cijenu pa je vrlo bitno pronaći optimalnu formulu s ciljem optimizacije troškova. Prije nego su razvili sustav „StarBlend“ koristio se sustav „OMEGA“, a on je kreiran iz potrebe za što efikasnijim načinom proizvodnje goriva s obzirom na rastuću konkurenciju na tržištu nafte i naftnih proizvoda. Sustav „OMEGA“ bazirao se na nelinearnom modelu optimizacije koji se koristio za potporu pri odlučivanju o sastavu naftne mješavine odnosno sastavu optimalne naftne mješavine. Kasnije je taj sustav nadograđen te nazvan „StarBlend“, a smatra se kako je kompanija uštedjela oko 30 milijuna američkih dolara godišnje samo zbog korištenja ovog sustava. Osim te koristi, sustav je pomogao i pri evidenciji skladišta te količine materijala te omogućivao lakše prognoze za buduća razdoblja. (Rigby, B., Lasdon, L. S., Waren, A. D., 1995.)

### 6.3. Organizacija reda letenja u Delta Air Linesu

Delta Air Lines veliki je američki zračni prijevoznik koji zajedno s tvrtkama koje ima u svom vlasništvu dnevno ima više od pet tisuća letova te se broj zaposlenih kreće oko 80000. Najstariji je američki zračni prijevoznik, a u svijetu je šesti najstariji. Sjedište mu je u Atlanti gdje je ujedno i njihovo središte u međunarodnoj zračnoj luci u Atlanti. Zračna luka u Atlanti je najprometnija svjetska zračna luka te bilježi preko 90 milijuna putnika godišnje, a ujedno je i najprometnija po broju polijetanja i slijetanja. Danas ima u vlasništvu više od sedam stotina zrakoplova. No, pod pretpostavkom kako sada već imaju vrlo sofisticiran sustav reda letenja svojih zrakoplova, tema će biti razvoj operacijskih istraživanja u tom poduzeću. Naime, u vrijeme kada se stvorila velika potreba za optimizacijom reda letenja, Delta Air Lines već je raspolagao s oko 450 zrakoplova te imao 2500 dnevnih letova unutar Sjedinjenih Američkih Država. Cilj sustava bio je maksimizirati zaradu od svakog zasebnog sjedala. Strategija je vođena pretpostavkom ukoliko je zrakoplov premali gubi se zarada od potencijalnih putnika koji su trebali biti na tom letu, a ukoliko je zrakoplov prevelik tada se također gubi zarada za nepopunjena mjesta u zrakoplovu. Optimalno rješenje predstavljalo je da zrakoplov adekvatne veličine za svaki let bude dostupan u svako vrijeme. Veliku komplikaciju predstavljala je činjenica kako je jako puno elemenata koji utječu na dobivanje optimalnog rješenja. Model je formuliran kroz ogroman program baziran na mješovitom cjelobrojnom linearnom programiranju. Domjančić (2012) navodi kako se mješovito cjelobrojno linearno programiranje bavi proučavanjem problema optimizacije unutar sustava sa zadanim ograničenjima. Optimalno rješenje postavljeno je kao rješenje za jedan dan jer se tijekom radnih dana red letenja ponavljao dok su se letovi vikendom drugačije organizirali. Sustavom su se optimizirali troškovi posade, troškovi goriva, troškovi naknada za slijetanje i troškovi „izgubljenih“ putnika. Pretpostavlja se kako je primjenom ovog sustava Delta Air Lines štedio dnevno 220000 američkih dolara u promatranom periodu od 1. lipnja 1993. do 31. kolovoza 1993. u odnosu na prethodni raspored. (Subramanian, R., Scheff, Jr., R. P., Quillinan, J. D. Wiper, D. S., Marsten, R. E., 1994.)



## **7. Zaključak**

Operacijska istraživanja važan su čimbenik prilikom donošenja odluka, a te odluke mogu biti povezane s poslovanjem, ali i sa svakodnevnim životom. Mnoge odluke donesene su bez jasne evaluacije alternativa i bez jasne vizije što se njima želi postići niti što je utjecalo na to da one budu donesene. Upravo se iz tog razloga javila povijesna potreba za pronalaskom metode koja bi mogla pomoći svakome prilikom donošenja najbolje moguće odluke i datom trenutku.

Ovaj završni rad prikazao je značenje operacijskih istraživanja te neke od najpopularnijih metoda operacijskih istraživanja koja se koriste i u Hrvatskoj i u svijetu. Operacijska su istraživanja toliko raširena u svim aspektima života i poslovanja pa je gotovo nemoguće pronaći značajne razlike u njihovoj primjeni u Hrvatskoj i u njihovoj primjeni u svijetu. Stoga će zaključak biti kako se operacijska istraživanja jednako primjenjuju i u Hrvatskoj i u svijetu, a razlike koje se potencijalno mogu dogoditi nisu od presudne važnosti te ne mijenjaju sadržaj operacijskih istraživanja.

## Literatura

1. Brošura *Operacijska istraživanja i optimizacija*, prof.dr.sc Luka Neralić, Zagreb 2012., Raspoloživo na:  
[http://www.efzg.unizg.hr/UserDocsImages/PDS/Brosura\\_nova\\_ver2.pdf](http://www.efzg.unizg.hr/UserDocsImages/PDS/Brosura_nova_ver2.pdf) [pristupljeno: 29.08.2020.]
2. Barković D. (2001). *Operacijska istraživanja*, Osijek: Ekonomski fakultet u Osijeku
3. Barković D. (2009). *Menadžersko odlučivanje*, Osijek: Ekonomski fakultet u Osijeku
4. Holstein William K. *Operations research*, raspoloživo na:  
<https://www.britannica.com/topic/operations-research> [pristupljeno: 29.08.2020.]
5. Hrvatski Vojnik, *Primjena operacijskih istraživanja u kopnenoj vojsci oružanih snaga SAD-a*, raspoloživo na: <https://hrvatski-vojniki.hr/primjena-operacijskih-istrazivanja-u-kopnenoj-vojsci-oruzanih-snaga-sad-a/> [pristupljeno: 30.08.2020.]
6. Analytics Vidhya, *Introductory guide on Linear Programming for (aspiring) data scientists* raspoloživo na:  
<https://www.analyticsvidhya.com/blog/2017/02/introductory-guide-on-linear-programming-explained-in-simple-english/> [pristupljeno: 31.08.2020.]
7. Begović, D. (2019). 'Metode linearnog programiranja te njihova primjena u ekonomiji', Završni rad, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Ekonomski fakultet u Osijeku, citirano: 06.09.2020., <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:145:406504>
8. Mikulčić S, *Bez skretanja lijevo godišnje stede 37,8 milijuna litara goriva*, raspoloživo na: <https://www.vecernji.hr/auti/bez-skretanja-lijevo-godisnje-stede-378-milijuna-litara-goriva-1153478> [pristupljeno: 06.09.2020.]
9. Bilandžić, T. (2018). 'Problemi transporta i analiza osjetljivosti', Završni rad, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Ekonomski fakultet u Osijeku, citirano: 06.09.2020., <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:145:144370>
10. Brams S. J., *Game theory*, raspoloživo na: <https://www.britannica.com/science/game-theory> [Pristupljeno: 06.09.2020.]
11. Brajdić I. (1998). *Modeli odlučivanja*, Rijeka: Hotelijerski fakultet Opatija
12. Daraboš, M. (2011)., *Stablo odlučivanja*, raspoloživo na:  
<http://www.efzg.unizg.hr/UserDocsImages/OIM/mdarabos/4-Stablo%20odlu%C4%8Divanja.pdf>, pristupljeno: [06.09.2020.]

13. Popis stanovništva, kućanstava i stanova 2011., raspoloživo na:  
<https://www.dzs.hr/Hrv/censuses/census2011/results/censusmetod.htm>,  
 pristupljeno: [12.09.2020.]
14. Mirošević, I. (2016). 'Algoritam k-sredina', *KoG*, 20(20), str. 91-98. Preuzeto s:  
<https://hrcak.srce.hr/174106>, pristupljeno: [12.09.2020.]
15. Jurun, E., Ratković, N., and Ujević, I. (2017). 'A cluster analysis of Croatian counties as the base for an active demographic policy', *Croatian Operational Research Review*, 8(1), pp. 221-236. <https://doi.org/10.17535/crorr.2017.0014>, pristupljeno: [12.09.2020.]
16. Rabar, D., Zenzerović, R., and Šajrih, J. (2017). 'An empirical analysis of airport efficiency: the Croatian case', *Croatian Operational Research Review*, 8(2), pp. 471-487. <https://doi.org/10.17535/crorr.2017.0030>, pristupljeno: [12.09.2020.]
17. Kolobara, V. (2018). 'Neizrazita logika u analizi vremenskih sljedova', Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet elektrotehnike i računarstva,  
<https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:168:800255>, pristupljeno: [12.09.2020.]
18. Kilić, J., Rogulj, K., and Jajac, N. (2019). 'Fuzzy expert system for land valuation in land consolidation processes', *Croatian Operational Research Review*, 10(1), pp. 89-103. <https://doi.org/10.17535/crorr.2019.0009>, pristupljeno: [13.09.2020.]
19. Briš Alić, Martina i Martina Harc. "Optimal Partition of the Furniture Manufacturing in Croatia." *Croatian Operational Research Review* 9, br. 2 (2018): 133-148. <https://doi.org/10.17535/crorr.2018.0011>, pristupljeno: [13.09.2020.]
20. Leachman, R. C., R. F. Benson, C. Liu and D. J. Raar, "IMPreSS: An Automated Production-Planning and Delivery-Quotation System at Harris Corporation - Semiconductor Sector," *Interfaces*, 26:1, pp. 6-37, 1996.
21. Wikipedia contributors, "L3Harris Technologies," *Wikipedia, The Free Encyclopedia*, [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=L3Harris\\_Technologies&oldid=962153058](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=L3Harris_Technologies&oldid=962153058), pristupljeno: [13.09.2020.]
22. Wikipedia contributors, "Texaco," *Wikipedia, The Free Encyclopedia*, <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Texaco&oldid=976767055>, pristupljeno: [13.09.2020.]
23. Wikipedija - suradnici, "Rafinerija nafte," *Wikipedija, Slobodna enciklopedija*, [//hr.wikipedia.org/w/index.php?title=Rafinerija\\_nafte&oldid=5166636](https://hr.wikipedia.org/w/index.php?title=Rafinerija_nafte&oldid=5166636), pristupljeno: [13.09.2020.]

24. Rigby, B., L. S. Lasdon and A. D. Waren, "The Evolution of Texaco's Blending Systems: From OMEGA to StarBlend," *Interfaces*, 25:5, pp. 64-83, 1995.
25. Wikipedija - suradnici, "Delta Air Lines," *Wikipedija, Slobodna enciklopedija*, [//hr.wikipedia.org/w/index.php?title=Delta\\_Air\\_Lines&oldid=5431279](http://hr.wikipedia.org/w/index.php?title=Delta_Air_Lines&oldid=5431279), pristupljeno: [13.09.2020.]
26. Domjančić, Ž. (2012), Mješovito cjelobrojno linearno programiranje, Diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, PMF-Matematički odsjek, raspoloživo na: [http://www.efzg.unizg.hr/UserDocsImages/MAT/seminar1\\_20\\_9\\_12.pdf](http://www.efzg.unizg.hr/UserDocsImages/MAT/seminar1_20_9_12.pdf), pristupljeno [13.09.2020.]
27. Subramanian, R., R. P. Scheff, Jr., J. D. Quillinan, D. S. Wiper and R. E. Marsten, "Coldstart: Fleet Assignment at Delta Air Lines," *Interfaces*, 24:1, pp. 104-120, 1994.

## Popis slika

1. Izvor: Barković D. (2001). *Operacijska istraživanja*, Osijek: Ekonomski fakultet u Osijeku
2. Izvor: Analytics Vidhya, *Introductory guide on Linear Programming for (aspiring) data scientists* raspoloživo na: <https://www.analyticsvidhya.com/blog/2017/02/introductory-guide-on-linear-programming-explained-in-simple-english/> [pristupljeno: 31.08.2020.]
3. Izvor: Begović, D. (2019). 'Metode linearnog programiranja te njihova primjena u ekonomiji', Završni rad, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Ekonomski fakultet u Osijeku, citirano: 06.09.2020., <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:145:406504>
4. Izvor: Bilandžić, T. (2018). 'Problemi transporta i analiza osjetljivosti', Završni rad, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Ekonomski fakultet u Osijeku, citirano: 06.09.2020., <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:145:144370>
5. Izvor: Žitko, B. (2003). 'Upotreba stabla odlučivanja kod testiranja znanja metodom kviza', seminarski rad, raspoloživo na: [https://bib.irb.hr/datoteka/145853.Upotreba\\_stabla\\_odlucivanja\\_u\\_testiranju\\_znanja\\_pomocu\\_kviza.pdf](https://bib.irb.hr/datoteka/145853.Upotreba_stabla_odlucivanja_u_testiranju_znanja_pomocu_kviza.pdf) [pristupljeno: 06.09.2020.]

6. Izvor: Kovačević, T. (2016). 'Umjetna inteligencija - Neizrazita (fuzzy) logika', Završni rad, Sveučilište u Rijeci, Filozofski fakultet, citirano: 13.09.2020., <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:186:703287>

## **Popis tablica**

1. Igra s dvije igraće kockice, samostalna izrada autora