MONTE CARLO SIMULACIJA IZRAČUNA VaR-A NA PRIMJERU ODABRANE DIONICE SA ZAGREBAČKE BURZE

Crnogaj, Dorotea

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

Ekonomski fakultet u Osijeku

Diplomski studij *Financijski menadžment*

Dorotea Crnogaj

MONTE CARLO SIMULACIJA IZRAČUNA VaR-A NA PRIMJERU ODABRANE DIONICE SA ZAGREBAČKE BURZE

Diplomski rad

Osijek, 2022

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

Ekonomski fakultet u Osijeku

Diplomski studij *Financijski menadžment*

Dorotea Crnogaj

MONTE CARLO SIMULACIJA IZRAČUNA VaR-A NA PRIMJERU ODABRANE DIONICE SA ZAGREBAČKE BURZE

Diplomski rad

Kolegij: Menadžment financijskih institucija

JMBAG: 00102221021

e-mail: dcrnogaj@efos.hr

Mentor: prof.dr.sc. Domagoj Sajter

Osijek, 2022

Josip Juraj Strossmayer University of Osijek
Faculty of Economics in Osijek
Graduate Study Financial management

Dorotea Crnogaj

MONTE CARLO SIMULATION OF VaR ON THE EXAMPLE OF A SHARE FROM ZAGREB STOCK EXCHANGE

Graduate paper

Osijek, 2022

IZJAVA

O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI, PRAVU PRIJENOSA INTELEKTUALNOG VLASNIŠTVA, SUGLASNOSTI ZA OBJAVU U INSTITUCIJSKIM REPOZITORIJIMA I ISTOVJETNOSTI DIGITALNE I TISKANE VERZIJE RADA

1. Kojom izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je (navesti vrstu rada: završni / diplomski / specijalistički / doktorski) rad isključivo rezultat osobnoga rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu. Potvrđujem poštivanje nepovredivosti autorstva te točno citiranje radova drugih autora i referiranje na njih.
2. Kojom izjavljujem da je Ekonomski fakultet u Osijeku, bez naknade u vremenski i teritorijalno neograničenom opsegu, nositelj svih prava intelektualnoga vlasništva u odnosu na navedeni rad pod licencom *Creative Commons Imenovanje – Nekomercijalno – Dijeli pod istim uvjetima 3.0 Hrvatska.*
3. Kojom izjavljujem da sam suglasan/suglasna da se trajno pohrani i objavi moj rad u institucijskom digitalnom repozitoriju Ekonomskoga fakulteta u Osijeku, repozitoriju Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku te javno dostupnom repozitoriju Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu (u skladu s odredbama Zakona o znanstvenoj djelatnosti i visokom obrazovanju, NN br. 123/03, 198/03, 105/04, 174/04, 02/07, 46/07, 45/09, 63/11, 94/13, 139/13, 101/14, 60/15).
4. izjavljujem da sam autor/autorica predanog rada i da je sadržaj predane elektroničke datoteke u potpunosti istovjetan sa dovršenom tiskanom verzijom rada predanom u svrhu obrane istog.

Ime i prezime studenta/studentice: Dorotea Crnogaj
JMBAG: 00102221021
OIB: 9580344670
e-mail za kontakt: dcrnogaj@efos.hr
Naziv studija: Financijski menadžment
Naslov rada: Monte Carlo simulacija izračuna VaR-a na primjeru odabrane dionice sa Zagrebačke burze
Mentor/mentorica rada: prof.dr.sc. Domagoj Sajter

U Osijeku, ________26.06.2022.___________ godine

Potpis: Dorotea Crnogaj

Monte Carlo simulacija izračuna VaR-a na primjeru odabrane dionice sa Zagrebačke burze

SAŽETAK

Prilikom donošenja odluka, za investitore je važno razmotriti moguće rizike s kojim se susreću.

Da bi se uspješno mogli smanjiti negativni ishodi i rizik, potrebno je upravljati rizikom. Za upravljanje rizikom rizik je potrebno rizik mjeriti, a jedna od mjera tržišnog rizika je rizična vrijednost (Value-at-Risk, VaR). VaR prikazuje očekivani najveći gubitak tijekom određenog razdoblja uz određenu razinu vjerojatnosti, odnosno signifikantnosti. VaR se uobičajeno računa na tri načina: povijesnom metodom, parametarskom metodom te Monte Carlo simulacijom. U radu su predstavljene sve navedene metode, s detaljnijom razradom Monte Carlo simulacije. Monte Carlo simulacijom izračunata je rizična vrijednost na primjeru dionice Dalekovoda temeljem podataka sa Zagrebačke burze.

Ključne riječi:

Rizična vrijednost, VaR, Monte Carlo simulacija, Dalekovod

Monte Carlo simulation of VaR on the example of a share from Zagreb Stock Exchange

ABSTRACT

When making decisions, it is important for investors to consider the potential risks they face. In order to successfully reduce negative outcomes and risk, it is necessary to manage risks. Risk management requires risk measurement, and one of the measures of market risk is Value at Risk (Value-at-Risk, VaR). VaR shows the expected largest loss over a period of time with a certain level of probability or significance. VaR is usually calculated in three ways: by the historical method, the parametric method and the Monte Carlo simulation. The paper presents the mentioned methods, with a more detailed elaboration of the Monte Carlo simulation. The Monte Carlo simulation calculated Value at Risk on the example of Dalekovod shares based on data from the Zagreb Stock Exchange.

Key words:

Value at Risk, VaR, Monte Carlo simulation, Dalekovod

Sadržaj

1. Uvod

Rizik predstavlja izazov u svakom aspektu života, pa tako i u poslovnom. Općenito, rizik je širok pojam, obuhvaća mogućnosti neuspješnog ostvarenja cilja, pa sve do mogućnosti pogibelji, opasnosti ili nesreće. U ekonomiji rizik predstavlja opasnost nastanka nepoželjnog događaja te mogućnost gubitka ili smanjenja imovine. No, u ekonomiji rizik nema isključivo negativno značenje, posebice u financijskom području. Bez rizika gotovo je nemoguće ostvariti dobit, stoga dolazi do potrebe upravljanja rizicima.

Upravljanje rizicima podrazumijeva pripremanje za potencijalne buduće događaje koji mogu negativno utjecati na poslovno i financijsko stanje. Potrebno je pravovremeno poduzimanje mjera za minimiziranje negativnih posljedica i učinaka. Upravljanjem rizicima moguće je donositi kvalitetnije odluke u aspektu prihvatljive razine rizika za ostvarenje željenog prinosa.

Da bi se moglo upravljati rizicima, potrebno je prvo identificirati vrstu rizika. Postoji mnogo vrsta rizika, a u ovom diplomskom radu fokus je na tržišnom riziku, odnosno mjeri tržišnog rizika koja se naziva rizična vrijednost (Value-at-Risk, VaR).

Rad se sastoji od dva dijela, teorijske podloge te istraživačkog dijela.

Kroz teorijsku podjelu objašnjen je pojam rizične vrijednosti. Rizičnu vrijednost moguće je izračunati na tri načina: povijesnom metodom, parametarskom metodom te Monte Carlo simulacijom. Monte Carlo simulacija detaljnije je razrađena.

Istraživački dio rada prikazuje izračun i analizu rizične vrijednosti Monte Carlo simulacijom.

2. Metodologija rada

Ovo poglavlje donosi prikaz problematike istraživanja, metode koje se u radu koriste te postavljene hipoteze na kojima se rad temelji.

2.1. Predmet istraživanja

Predmet ovog istraživanja je analiza rizične vrijednosti dionica Dalekovoda. Pri tome će se koristiti Monte Carlo simulacija, uz postavljene pretpostavke.

U svrhu istraživanja, sa Zagrebačke burze preuzet će se podaci o dionici Dalekovoda DLKV za razdoblje od lipnja 2019. godine do lipnja 2022. godine.

2.2. Cilj istraživanja

Cilj istraživanja je proučiti kretanje cijena dionica Dalekovoda, na temelju njih kreirati simulirane buduće cijene Monte Carlo simulacijom te utvrditi rizik ulaganja.

2.3. Metode istraživanja

Za potrebe postavljanja teorijske podloge u radu su korištene: induktivna metoda, deduktivna metoda, metoda analize, metoda sinteze, metoda klasifikacije, kompilacije, komparativna i metoda deskripcije.

Za izradu empirijskog dijela rada korištena je Monte Carlo simulacija.

3. Rizična vrijednost (VaR) – definiranje, razvoj, specifičnosti

Potraga za poboljšanjem kontrole financijskih rizika dovela je do kreiranja ujednačene mjere rizika koja je zove rizična vrijednost.

Rizična vrijednost je alat koji se koristi za kontrolu financijskih rizika.

VaR kao mjera rizičnosti prikazuje očekivani najveći mogući gubitak tijekom određenog razdoblja uz određenu razinu povjerenja, odnosno signifikantnosti. U jednoj znamenki sažeta je izloženost tržišnim rizicima i vjerojatnost nepovoljnih kretanja u financijskim varijablama.

Formalno, VaR se definira kao „alfa-kvantil distribucije dobiti i gubitka portfelja vrijednosti *V* u vremenu *t*, kroz period držanja ili horizont *h*" (Sajter, Novak; 2007:3).

Prema definiciji, VaR je određen s „tri ključne komponente:

1. vremensko razdoblje t,
2. razina signifikantnosti alfa-kvantil,
3. mogući iznos gubitka V" (Sajter, 2017:187).

Investitorima rizik predstavljaju mogući gubitci, a odgovor na pitanje najgoreg mogućeg scenarija daje VaR. Primjerice, VaR investitorima pruža odgovor na pitanja kao „Uz razinu signifikantnosti 95% ili 99%, koliki najveći gubitak mogu očekivati tijekom idućeg mjeseca?". Važno je uočiti kako postavljeno pitanje sadrži sve ključne komponente VaR-a. Razina signifikantnosti je različita za razne svrhe te je uobičajeno visoka. Primjerice, Bazelski odbor za adekvatnu razinu signifikantnosti zahtijeva 99,9%, J.P. Morgan 99%, no česta je i razina od 95%. Vremensko razdoblje ovisi o prirodi portfelja, a može biti dan, mjesec ili na godišnjoj razini. Primjerice, financijske institucije i bankarski sektor prvenstveno koriste procjene VaR-a izračunatog na dnevnoj bazi, a razlog tomu su konstantne promjene tržišnih pozicija i odnosa. Procjena očekivanog gubitka ulaganja koja može biti izražena u valuti ili postotku. Na temelju izračuna VaR-a, investitori mogu odlučiti odgovara li im razina rizika. Ukoliko im ne odgovara, proces izračunavanja VaR-a može poslužiti kao podloga za smanjenje rizika.

Jednostavnost izračuna i interpretacije pridonijeli su učestalosti korištenja VaR-a kao mjere rizika. Primjerice, ukoliko je upitna rizičnost ulaganja u dionicu A, izračunati VaR bi se mogao interpretirati na sljedeće načine:

- Ako dnevni VaR dionice A iznosi 20%, uz razinu signifikantnosti od 99%, može se reći da postoji 99% sigurnosti da se idući dan na dionici A ne može izgubiti više od 20% uloženih sredstava.
- Uz dnevni VaR dionice A 20%, postoji 1%-na mogućnost da se u jednom danu izgubi više od 20% uloženih sredstava.

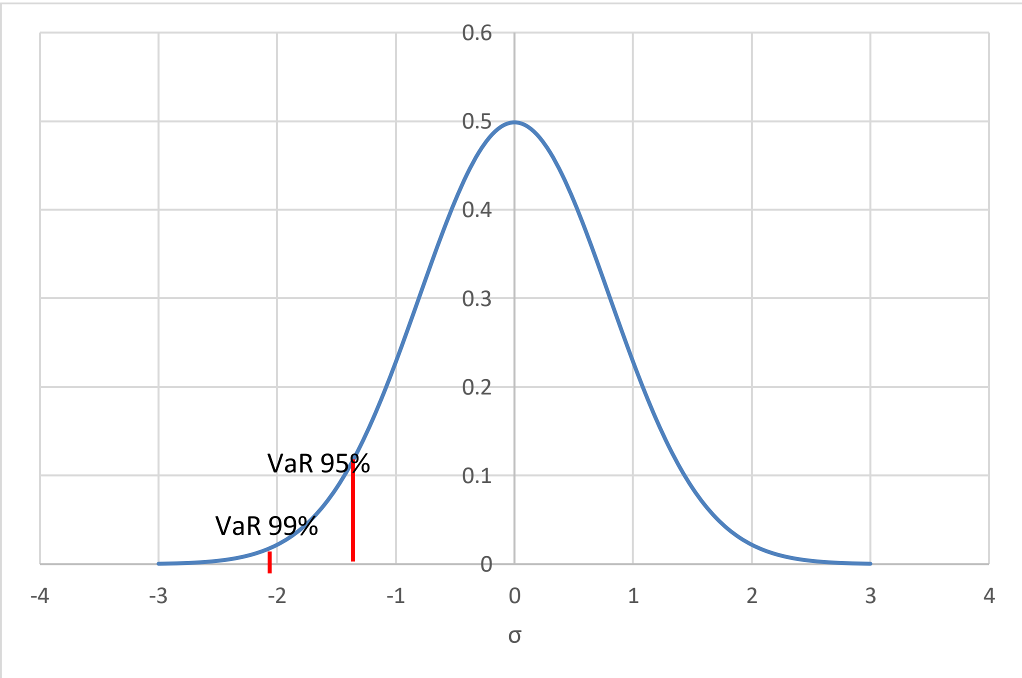
Budući da je interpretacija lako razumljiva, vrlo se često implementira u izvješćima namijenjenima za menadžment, regulatore, investitore te opću javnost.

VaR se može koristiti u razne svrhe. Primjerice, za mjerenje prinosa prilagođenog riziku, za ocjenjivanje modela, i slično. Institucionalni investitori također se koriste VaR-om za kontrolu izloženosti rizičnim faktorima, a posebno im pridonosi kada je uključen veći broj vanjskih upravitelja fondova. Nefinancijske korporacije koje se koriste izvedenicama VaR koriste za primjenu sistema kontrole rizika. Doprinos VaR-a pri hedžiranju uviđa se kroz njegovo pružanje konzistentne mjere posljedica hedžiranja na ukupan rizik, u odnosu na tradicionalno hedžiranje koje se tipično fokusira na individualne transakcije.

Unatoč velikoj rasprostranjenosti, VaR ima nedostatke koje je potrebno uzeti u obzir. Uz pomoć VaR-a procjenjuje se rizik rijetkih, odnosno ekstremnih događaja. U praksi je gotovo nemoguće realno procijeniti mogućnost takvih događaja. Razina signifikantnosti od 95% i 99% u stvarnom svijetu za određene probleme nije dovoljna, te bi se na temelju nje dovodili nelogični zaključci. Primjerice, u zrakoplovnom prijevozu bi se uz pomoć VaR-a moglo izračunati da uz 99%-tnu razinu signifikantnosti otprilike 750 zrakoplova pada svaki dan. Na temelju toga, statističari bi zrakoplovni prijevoz proglasili sigurnim uz visoku razinu statističke signifikantnosti. Drugim riječima, u situacijama kad postoji mogućnost devastirajućih, katastrofalnih gubitaka, teško je ili nemoguće odrediti prihvatljivu razinu signifikantnosti.

Također, VaR visokih razina signifikantnosti pruža lažan osjećaj sigurnosti. Kada je signifikantnost 99%, većina ljudi podsvjesno ignorira 1% šanse da će i dalje kad tada doći do negativnog ishoda. Na temelju prethodnog primjera, 1%-na mogućnost da se u jednom danu izgubi više od 20% uloženih sredstava u dionicu A zvuči kao zanemarivo mala vjerojatnost te motivira na preuzimanje rizika. No, to zapravo znači da će unutar sto dana jednom nužno doći do gubitka većeg od 20%. Nedostatak istinskog razumijevanja VaR-a dovodi do donošenja odluka koje mogu izazvati gubitke. S obzirom da nije moguće realno izračunati 100%-ni VaR, ovdje se očituju ograničenja. VaR je teško primjenjiv na izračun većih portfelja. Potrebno je izmjeriti ili procijeniti povrat i volatilnost individualnih stavki te njihove korelacije, što je otežano i skuplje kada je riječ o većem portfelju. Budući da korelacije između individualnih rizičnih faktora ulaze u izračun VaR-a, njega nije moguće zbrajati. VaR koji se izračuna za portfelj koji se sastoji od primjerice dionica A i B nije jednak zbroju pojedinačnog izračuna VaR-a za A s pojedinačnim izračunom VaR-a za dionicu B. Točnost, odnosno stvarna korisnost VaR-a ovisi o postavljenim inputima i pretpostavkama za izračun. Ako su pretpostavljeni nerealni povrati, izračunati VaR neće biti od puno pomoći pri procjeni rizika.

Problematika VaR-a očituje se i u različitim načinima izračuna. Postoji nekoliko metoda izračuna rizične vrijednosti, a ukoliko se primjene razne metode na iste podatke, neće se dobiti isti rezultati. Različite metode prikladne se za različite situacije. No, s obzirom da različiti pristupi mogu dovesti do različitih rezultata za isti portfelj, upitna je reprezentativnost VaR-a. Važan nedostatak VaR-a može se vidjeti i kroz njegovo zanemarivanje „repa“ distribucije. U nastavku je ova situacija prikazana grafički.



Grafikon 1: Normalna distribucija i VaR

Izvor: izrada autora

Grafikon 1 prikazuje krivulju normalne distribucije gdje je naznačen prostor gdje VaR vrijednost siječe „rep“ distribucije. S obzirom da je VaR vrijednost fokusirana na rizike kojima se može upravljati, odnosno onima koji su prikazani u središtu distribucije, ona ignorira „repove“. Budući da se temelji na vjerojatnosti, VaR nije u potpunosti pouzdana mjera rizika.

Primjerice, na razini pouzdanosti od 95% i dalje su mogući gubitci koji su sadržani u preostalih 5%, odnosno u repu distribucije. Pri tome VaR nije relevantan te maksimalni očekivani gubitci mogu biti veći od njegove procjene, ovisno o težini ili debljini „repa" distribucije gubitaka. U praksi se često koriste proširenja VaR-a kako bi se uklonila navedena ograničenja, primjerice uvjetni VaR.

Prethodno navedena ograničenja VaR-a dovode u pitanje razlog popularnosti njegova korištenja kao metode izračuna rizika. VaR može biti koristan alat ukoliko se njegovi nedostatci uzmu u obzir te se nadopuni korištenjem drugih alata kako bi se zaštitilo od 1% ili 5% signifikantnosti koje on ne pokriva.

Prema Cvetinoviću (2008), postoje dvije osnovne karakteristike koje rizičnu vrijednost čine privlačnom i široko rasprostranjenom:

1. Činjenica da on nudi jednostavnu i konzistentnu mjeru rizika za različite pozicije i faktore rizika. Ovime se omogućava uspoređivanje rizika koji su vezani za investiranje u primjerice obveznice i dionice. Odnosno, VaR predstavlja mjeru rizika kojom možemo usporediti instrumente koji prije njegove primjene nisu bili usporedivi.
2. VaR uzima u obzir koeficijente korelacije između različitih faktora rizika. Ukoliko je situacija da se sva rizična faktora poništavaju, VaR to uzima u obzir i u konačnici prikazuje da je razina ukupnog rizika niska.

3.1. Povijesni razvoj koncepta rizične vrijednosti

Pojam VaR-a u vidu financija počeo se koristiti tek u kasnim osamdesetima, no ideje iz kojih se razvio postojale su značajno duže.

Začeci VaR mjera razvijali su se paralelno kroz dvije teorije:

- teorija portfelja,
- adekvatnost kapitala.

Teorija o portfelju može se pratiti sve do nematematičkih rasprava o konstrukciji portfelja. Hardy (1923) i Hicks (1935) su nudili raspravu o prednostima diverzifikacije. Leavens (1945:469) je ponudio kvantitativan primjer, koji se može smatrati prvom VaR mjerom ikad objavljenom. Nadalje, Markowitz (1952:78) i Roy (1952:431) su individualno objavili slične VaR mjere. Iako matematički slične, podupiru različite VaR metode. Markowitz se koristio varijancom jednostavnog povrata, dok je Roy koristio metriku rizika od manjka koja predstavlja gornju granicu vjerojatnosti da će bruto prinos portfelja biti manji od nekog specifičnog „katastrofičnog povrata“. Daljnji doprinos razvoju kvantifikacije tržišnog rizika imali su brojni poznati znanstvenici, kao Sharpe, Tobin, Treynor, Lintner i Mossin. Tijekom sedamdesetih i osamdesetih godina došlo je do značajnih promjena tržišta i tehnologija. Utjecaj na VaR očituje se u proširenju sredstava na koje se VaR mjere mogu primjenjivati, tretman organizacija prema riziku i osiguranje sredstava za primjenu VaR-a u novim kontekstima. Regulatorne institucije SAD-a počele su postavljati temelje za uviđanje korisnosti VaR-a kroz poticaj tvrtki s vrijednosnim papirima na razvoj procedura za agregiranje podataka koji podržavaju kapitalne izračune objavljivane u njihovim izvješćima. Tržišta su postajala volatilnija, tvrtke su se sve više koristile financijskim polugama te je rasla potreba za mjerama financijskog rizika kao što je VaR. Resursi za implementaciju su postali sve dostupniji, no VaR je i dalje bio više teoretski alat teorije portfelja. Financijske institucije provodile su sofisticirane vlasničke VaR mjere tijekom osamdesetih, no oni su ostali praktični alati poznati prvenstveno profesionalcima unutar tih institucija.

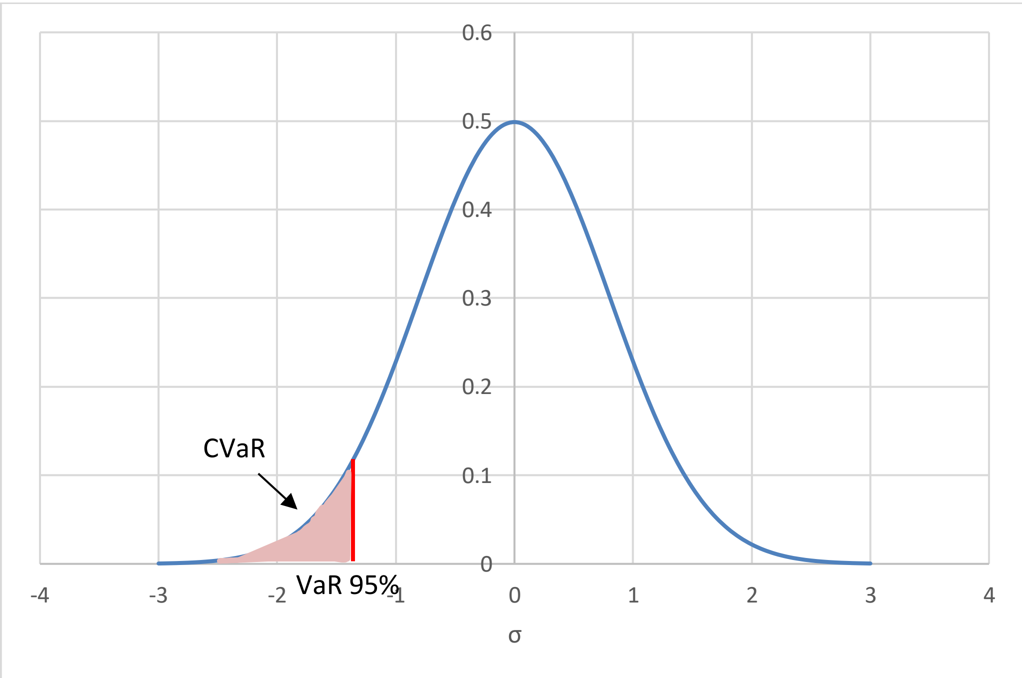
Tijekom ranih devedesetih, zabrinutost oko povećanog broja izvedenih instrumenata i javno objavljenih gubitaka dovela je razvoja na području upravljanja financijskim rizikom. Investicijska banka J.P. Morgan razvila je mjerenje rizične vrijednosti unutar svoje tvrtke, a tadašnji direktor Weatherstone traži od svojih analitičara izračun izloženosti riziku na dnevnoj bazi. Analitičar Till Guldimann bio je zadužen za analizu imovine i obveza, a njegov koncept rizične vrijednosti primjenjiv je i danas. U suradnji s Jacques Longerstaey-om problematiku nepreglednog broja vrijednosnica J.P. Morganovog portfelja riješili su uz pomoć Markowitzove teorije portfelja i hipoteze o efikasnosti tržišta. Početkom devedesetih, njihov model pod nazivom RiskMetrics je predstavljen profesionalcima u financijskim institucijama i korporacijama. RiskMetrics se „sastojao od detaljnih tehničkih dokumenata uz matricu kovarijance za nekoliko stotina ključnih faktora koji su se dnevno ažurirali" (Munđar, Zemljak; 2016:2). Zatim je razvijeno nekoliko novih metoda izračuna VaR-a, uz ključnu pretpostavku o kumulativnoj funkciji distribucije promjene cijena. Osim RiskMetrics-a, najčešći modeli su GARCH pristup, procjena kvantila te teorija ekstremnih vrijednosti.

Vrijednost VaR mjera je potom prepoznata od strane Bazelskog odbora. Bazelski odbor je u travnju 1995. godine objavio da će se zahtjevi za kapitalnu adekvatnost komercijalnih banaka temeljiti na izračunu VaR-a. Direktivom o adekvatnosti kapitala bankama je određeno da nužno moraju biti sposobne podnijeti gubitke na vlastitim tržišnim portfeljima u vremenskom intervalu od 10 dana, u 99% slučajeva, a za provedbu direktive model rizične vrijednosti je vrlo prikladan. Time je VaR postao ključna mjera tržišnog rizika.

3.2. Pojam uvjetne rizične vrijednosti

Kada ulaganje pokazuje stabilnost tijekom vremena, rizična vrijednost može biti dovoljna za upravljanje rizikom ulaganja. No, ukoliko je investicija manje stabilna, postoji mogućnost da VaR neće u potpunosti prikazivati rizik. S obzirom da rizična vrijednost ne uzima u obzir veličinu gubitaka koji ga premašuju, došlo je do razvoja uvjetne rizične vrijednosti (Conditional Value at Risk, CVaR).

Poznat i kao expected shortfall, tail VaR i mean shortfall, može se definirati kao uvjetno očekivanje gubitka koji premašuje rizičnu vrijednost. Predstavlja mjeru procjene rizika koja kvantificira iznos repa rizika koji investicijski portfelj ima, odnosno detaljnije objašnjava gubitke u repu distribucije koji premašuju VaR. Uvjetna rizična vrijednost nastoji riješiti nedostatke rizične vrijednosti. Rizična vrijednost je gubitak u najgorem slučaju povezan s vjerojatnošću i vremenskim horizontom, dok je uvjetna rizična vrijednost očekivani gubitak ukoliko se prag najgoreg slučaja ikada prijeđe. U nastavku je uvjetna rizična vrijednost prikazana grafički.



Grafikon 2: CVaR na krivulji normalne distribucije

Izvor: izrada autora

Grafikon 2 prikazuje uvjetnu rizičnu vrijednost na krivulji normalne distribucije. Na prethodno prikazan grafikon 1 krivulje normalne distribucije naznačena je uvjetna rizična vrijednost, odnosno rep kojeg „siječe“ rizična vrijednost predstavlja CVaR.

S obzirom da se CVaR izračunava na temelju izračuna VaR-a, pretpostavke od kojih polazi VaR utječu na vrijednost CVaR-a. Izračunava se uzimanjem ponderiranog prosjeka „ekstremnih“ gubitaka u repu distribucije mogućih prinosa, izvan granične točke vrijednosti pod rizikom (VaR). Izračunava se formulom:

$$CVaR = \frac{1}{1-c}\int_{-1}^{VaR} xp(x)dx$$

Jednadžba 1: CVaR

Izvor: Chen, J. (2020).

gdje:

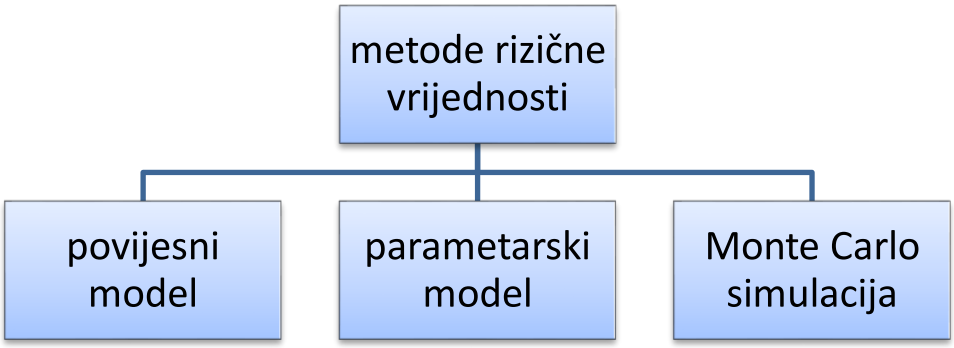
- p(x)dx = gustoća vjerojatnosti dobivanja povrata s vrijednosti „x“,
- c = granična točka na distribuciji gdje analitičar postavlja VaR prijelomnu točku,
- VaR = dogovorena razina VaR-a.

Uvjetna rizična vrijednost smatra se korisnijom mjerom rizika od VaR-a, s obzirom da je koherentna spektralna mjera rizika financijskog portfelja. Koristi se za optimizaciju portfelja za učinkovito upravljanje rizikom.

4. Metode izračuna rizične vrijednosti

Uz rast popularnosti VaR-a kao alata za mjerenje rizičnosti, pojavila se potreba za razvojem načina izračuna. Metode izračuna se mogu podijeliti na parametarske i neparametarske. Parametarske podrazumijevaju pretpostavke o distribuciji povrata, temelje se na dva parametra. Neparametarske metode se temelje empirijskim distribucijama povrata. Za njih je potrebna čitava distribucija, stoga su podatkovno zahtjevnije te se ne mogu hipotetski izračunavati.

Načini izračuna VaR-a ovise o određenom skupu podataka te se temelje na pretpostavci da će povrat nastaviti pratiti promatrane podatke, što može biti problem kada je riječ o tržištu koje se često mijenja.



Slika 1: Metode rizične vrijednosti;
Izvor: Saunders, A. (2000)

U nastavku rada pružena je teorijska podloga metoda, s detaljnijim fokusom na Monte Carlo simulaciju.

3.1. Povijesna metoda

Povijesni način predstavlja najjednostavniji pristup izračuna rizične vrijednosti. Pripada skupini neparametarskih metoda, a za povijesnu metodu izračuna potrebno je relativno malo pretpostavki o statističkim distribucijama temeljnih tržišnih faktora. Koriste se povijesni podaci o promjenama tržišnih stopa i cijena kako bi se izračunala distribucija potencijalnih dobiti i gubitaka portfelja, a zatim se određuje rizičnost vrijednosti kao gubitka te postotna vjerojatnost njegova premašivanja. Temeljna pretpostavka povijesne metode jest nastavak trenda kretanja prinosa, odnosno da se na temelju nedavnih podataka o kretanju prinosa može odrediti njihovo kretanje i rizičnost u bliskoj budućnosti.

Povijesnom metodom procjenjuje se tržišna vrijednost portfelja na temelju tržišne cijene iz prethodno promatranog razdoblja. Važno je pomno izabrati vremensko razdoblje. Duži vremenski horizont je generalno stabilniji te može sadržavati podatke koji nisu bili pod utjecajem slične tržišne situacije, dok kraći vremenski horizont dovodi do volatilnijih rezultata i može dovesti do visokih odstupanja u VaR-u. Nakon procjene pretpostavljene tržišne vrijednosti portfelja, dobiveni rezultati se distribuiraju od najvećeg prema najmanjem.

Ukoliko se promatra kretanje cijena određene dionice te se izračuna porast odnosno pad, dobivaju se podaci o prinosu dionice. Prinosi se mogu pojednostavljeno prikazati histogramom, gdje najviši vrh prikazuje prinose koji su se najviše pojavljivali unutar promatranog razdoblja, desna strana grafikona prikazuje najviše ostvarivane razine prinosa, a lijeva najmanje ostvarene prinose odnosno gubitke. Za procjenu rizika ključna je lijeva strana histograma, pomoću koje se može odrediti VaR na razinama 95% ili 99%.

Povijesna metoda izračuna VaR-a je vrlo jednostavna i pristupačna, s obzirom da se podacima može pristupiti na web stranicama burze. Pri izračunu se mogu uključiti i karakteristike koje ne odgovaraju normalnoj distribuciji kao zadebljani repovi, budući da ne zahtjeva parametarske postavke o distribuciji povrata. Zbog svoje jednostavnosti i prilagodljivosti, široko je primjenjiva te ju je lako prezentirati interesnim dionicima.

Nedostatak povijesne metode jest što polazi od pretpostavke da će se podaci kretati jednako kao i u prošlosti, odnosno što je direktan odraz prethodnih kretanja cijena. S obzirom na to, teško je relevantan za razdoblja ekstremiteta, primjerice u kriznim situacijama. Ekstremne promjene kretanja cijena značajno utječu na VaR izračunat ovom metodom. Najčešće promatrano razdoblje je između 100 i 500 dana, što može predstavljati problem preciznosti ili promjene iznosa VaR-a kada određen ekstremitet „ispadne“ iz promatranog razdoblja.

Povijesna metoda izračuna VaR-a ponajviše je relevantna kada je ograničena količina dostupnih informacija o distribuciji prinosa.

3.2. Parametarska metoda

Najčešće korištena metoda izračuna rizične vrijednosti je parametarska. U praksi se često naziva i delta/normal model, model varijance i kovarijance ili RiskMetrics model. Osnovan je na temelju istraživanja američke investicijske banke JP Morgan, a temelji se na modernoj portfelj teoriji Harryja Markowitza. Parametarska metoda polazi od pretpostavke da je distribucija povrata u skladu s teoretskim distribucijama, odnosno normalnom distribucijom. Za iscrtavanje normalne distribucije potrebno je odrediti parametre:

- prosječni prinos,
- standardnu devijaciju.

Kada se na histogram stvarnih distribucija prinosa doda normalna krivulja koja se temelji na podacima o standardnoj devijaciji prinosa i prosječnom prinosu, jednostavnije je odrediti točke koje označavaju željene razine pouzdanosti. Prema tome, točka -1,6448σ označava 5% površine ispod krivulje s lijeve strane, odnosno 95% s desne strane. Isto tako, točka -2,3262σ označava da se s lijeve strane krivulje nalazi 1% površine krivulje, a s desne strane 99%.

Prednost korištenja normalne distribucije je to što se lakše razazna gdje se nalaze najgorih 5% i 1%, oni su funkcija željene pouzdanosti i standardne devijacije. Prema tome, pri izračunu rizične vrijednosti po metodi varijance i kovarijance se standardno koriste formule, odnosno postupak prikazan Tablicom 1:

Tablica 1: Postupak po metodi varijance i kovarijance

Razina pouzdanosti	Standardna devijacija σ
95%	-1,65 * σ
99%	-2,33 * σ

Izvor: obrada autora prema Sajter, D. (2017)

Rezultat se može korigirati za aritmetičku sredinu, koja predstavlja očekivani prinos. Ukoliko je aritmetička sredina, odnosno prosječni prinos dionice, pozitivna, prema trendu se u većini slučajeva može se očekivati pozitivan prinos u postotku koji iznosi aritmetička sredina.

Korekcija izračuna VaR-a vrši se dodavanjem aritmetičke sredine prethodno navedenoj formuli, odnosno:

$$VaR = koeficijent * \sigma + \mu$$

Jednadžba 2: Izračun VaR s korekcijom za μ

Izvor: Sajter, D. (2017).

Nakon korekcije se rizična vrijednost mijenja, te je korekciju važno napomenuti prilikom interpretacije.

- Dakle, uzevši u obzir aritmetičku sredinu, postoji 5-postotna vjerojatnost da će se na dionici A u jednom danu izgubiti više od 5,34% uloženih sredstava.
- Odnosno, uzevši u obzir aritmetičku sredinu, postoji 99% vjerojatnosti da se u jednom danu na dionici A ne može izgubiti više od 11,31% uloženih sredstava.

Parametarska metoda je laka za izračun te je obilježava jednostavnost zbog pretpostavke normalne distribucije. Budući da ne zahtjeva simulaciju, može se i izračunati u bržem vremenskom roku, te je u odnosu na povijesnu metodu fleksibilnija.

No, jednostavnost ove metode je i njen nedostatak. Budući da zahtjeva samo dva parametra, može doći do podcjenjivanja rizika.

3.3. Monte Carlo simulacija

Monte Carlo simulacija, u teoriji poznata i kao simulacije višestruke vjerojatnosti ili metoda statističke simulacije, je najtočnija i najpreciznija metoda izračuna rizične vrijednosti.

U nastavku rada pružen je teorijski pregled Monte Carlo simulacije, prikazan je njen povijesni razvoj, mogućnosti korištenja, predstavljene su prednosti i nedostatci, objašnjeni su pojmovi usko vezani uz izračun simulacije te je objašnjena metodologija postupka izračuna.

3.3.1. Pojmovno određenje Monte Carlo simulacija

Monte Carlo simulacije odnose se na sve metode koje modeliraju vjerojatnost različitih ishoda temeljem nasumičnih pokušaja. Najsličnija je povijesnoj metodi, koja za izračun rizične vrijednosti uzima u obzir stvarne povijesne podatke o cijenama, dok Monte Carlo metoda uzima hipotetske i nasumične promjene tržišnih faktora iz određenog vremenskog razdoblja. Simulacija se generira korištenjem računala. Ova tehnika koristi se za razumijevanje utjecaja rizika i nesigurnosti prilikom predviđanja. Kada je riječ o značajnijoj nesigurnosti pri kreiranju procjene, upravo zbog korištenja višestrukih vrijednosti, Monte Carlo simulacija se može pokazati kao korisniji alat za dobivanje točnijeg rezultata.

Ne postoji jedinstvena definicija Monte Carlo simulacija. Mun (2006: 74) Monte Carlo simulaciju u najjednostavnijem obliku definira kao generator nasumičnih brojeva koji je koristan za predviđanje, procjenu i analizu rizika. Simulacija izračunava brojne scenarije modela uzastopnim odabirom vrijednosti iz unaprijed definirane distribucije vjerojatnosti za nesigurne varijable i korištenje te vrijednosti za model. Prema Ripleyju (1987:1), većina modeliranja na temelju vjerojatnosti pripada stohastičkim simulacijama[1], a na Monte Carlo se odnose samo integracije i statistički testovi. Sawilowsky (2003: 218-220) razlikuje simulaciju, Monte Carlo metodu i Monte Carlo simulaciju:

Simulacija je fiktivni prikaz stvarnosti. Prema Negoita i Ralescou (1987), iz perspektive znanosti, simulacija predstavlja formiranje apstraktnog modela iz stvarne situacije za potrebe razumijevanja utjecaja modifikacija i efekata njihove primjene. Pojednostavljen primjer simulacije je bacanje novčića samo jednom gdje je interval vrijednosti [0,1]: ako je dobivena vrijednost manja ili jednaka 0,5 ishod je glava, ako je dobivena vrijednost veća od 0,5 ishod je pismo,

Monte Carlo metoda je tehnika koja se može koristiti za rješavanje matematičkih ili statističkih problema. Prema Moshmanu (1967:250) predstavlja primjenu stohastičkih tehnika za rješavanje determinističkih problema. Primjerice, sipanje kutije novčića na stol te zatim

[1] Stohastička simulacija je skupina tehnika kojima se za isti ulazni skup dobiva niz jednakovrijednih rješenja. *Stohastička simulacija* (2011). Struna, Hrvatsko strukovno nazivlje

određivanje omjera novčića koji su pali na glavu, a koji na pismo. Određuje ponašanje ponovljenih bacanja novčića.

Monte Carlo simulacija koristi ponovljene uzorke za dobivanje statističkih svojstava nekog fenomena, kombinira postavljene pretpostavke (simulacije) i uzastopna ponavljanja (Monte Carlo metoda). Primjerice, sipanje kutije novčića na stol te zatim dodjeljivanje ishoda na temelju dobivene vrijednosti. Odnosno svima kojima je dobivena vrijednost manja ili jednaka 0,5 ishod je glava, a onima kojima je dobivena vrijednost veća od 0,5 ishod je pismo. Monte Carlo simulacija je i bacanje jednog novčića uzastopno više puta i zatim dodjeljivanje vrijednosti ishoda koje su unaprijed definirane.

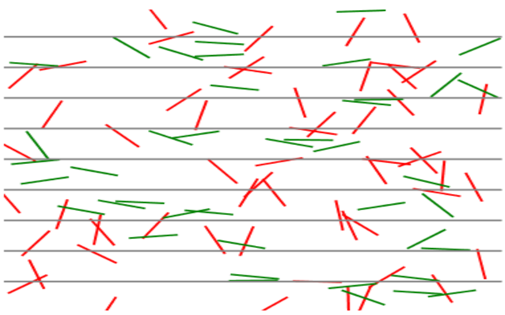
Kritiku ovoj razdiobi pružaju Kalos i Whitlock (2008), ističući kako takve razlike nije uvijek jednostavno održavati. Primjerice, emisija radijacije iz atoma je prirodan stohastički proces. Može se direktno simulirati, ili se njegovo prosječno ponašanje može opisati stohastičkim jednadžbama, koje se mogu riješiti Monte Carlo metodama.

Zbog uske povezanosti pojmova, u praksi se oni vrlo često koriste kao istoznačnice.

3.3.2. Povijesni razvoj

S obzirom da su vjerojatnosti i nasumični ishodi važni za izvedbu simulacija, jednako kao i kod igara na sreću kao što su rulet, kockanje i automata za kockanje, Monte Carlo simulacije dobile su naziv prema popularnoj destinaciji za kockanje u državi Monako.

Ideja za korištenje nasumičnih vrijednosti je bila revolucionarna. Može se pronaći još u osamnaestom stoljeću, kada je Georges Louis LeClerc, grof de Buffon koristeći nasumične metode u svojim istraživanjima, od kojih je najpoznatija „Buffonova igla“.



Slika 2: Buffonova igla
Izvor: Buffon's needle problem, Maple Soft (2022)

Slika 2 prikazuje "Buffonovu iglu", metodu koja koristi ponovljena bacanja igle u obrubljenu pozadinu da bi se procijenio π. LeClerc je dokazao da da bi igla iste dužine kao udaljenost između linija, vjerojatnost da igla presječe liniju je 2/ π. Ovu hipotezu je testirao bacanjem bageta preko ramena na pločice. Mnogi smatraju da je LeClercov eksperiment prvi primjer Monte Carlo simulacije.

Među najpoznatijim ranim upotrebama Monte Carlo simulacije bila je od strane Enrica Ferimija. On je 1930. godine eksperimentirao s Monte Carlo simulacijama dok je proučavao difuziju tada novootkrivenog neutrona.

Začeci ove metode su u Los Alamos državnom laboratoriju u SAD-u, a razvijena je za vojne potrebe. Matematičar Sanislaw Ulam koji je radio na Manhattan Projektu je prvi razvio modernu verziju Markov Chain Monte Carla[2]. Dok se oporavljao od operacije mozga nakon rata, Ulam je počeo vrijeme provoditi igrajući kartašku igru solitaire. Zainteresirao se za određivanje ishoda svake igre kako bi promatrao distribuciju i odredio vjerojatnost pobjede. Podijelio je svoju ideju korištenja slučajnog uzrokovanja za simuliranje putanja neurona s Johnom Von Neumannom te su u kolaboraciji 1947. godine razvili detaljan prijedlog ove simulacije. Na temelju prijedloga, došlo je do razvoja simulacija manjih razmjera, zbog ograničenosti tadašnjih računalnih alata. U proljeću 1948. godine Von Neumann, Metropolis i drugi programirali su ENIAC računalo da izvede prvu potpuno automatiziranu Monte Carlo simulaciju jezgre fisijskog oružja.

Metropolis i Ulam su 1949. godine objavili rad koji je odgovoran za povećanje interesa i populariziranje metoda Monte Carlo, što je dovelo do velikog rasta istraživanja ovakvih vrsta simulacija tijekom 1950-ih godina, posebice u području fizike i operacijskog istraživanja. Dvije glavne organizacije odgovorne za financiranje istraživanja o Monte Carlo simulacijama bile su The Rand Corporation i U.S. Air Force.

U financiranje su prvi put uvedene 1964. godine od strane David B. Hertza. U svom članku u Harvard Business Review, raspravljao je o primjeni Monte Carlo simulacija u korporativnim financijama. Phelim Boyle je koristio simulacije za vrednovanje derivata, a 1977. godine opisao je taj postupak u članku Journal of Financial Economics.

[2] Markov Chain Monte Carlo (MCMC) obuhvaća klasu algoritama za uzorkovanje iz distribucije vjerojatnosti, njegovim konstruiranjem može se dobiti uzorak željene distribucije tako da se bilježi stanje iz „lanca". Predstavljaju skup prijelaza i njihovih vjerojatnosti, bez pretpostavke o prošlim događajima. Ulam, S. *(1991). Adventures of a Mathematician,* University of California Press; p. 199

3.3.3. Aplikacije

Monte Carlo simulacija primjenjiva je na širok spektar problema, kao što su financije, inženjerstvo, lanac opskrbe i znanost.

Monte Carlo simulacije su vrlo važne u računskoj fizici, fizikalnoj kemiji i srodnim primijenjenim poljima. Imaju različite primjene, od kompliciranih proračuna u fizikalnoj teoriji do projektiranja toplinskih štitova i aerodinamičkih oblika, kao i u modeliranju prijenosa zračenja za proračune dozimetrije zračenja.

Monte Carlo simulacije koriste se i u inženjerstvu kroz analizu osjetljivosti i kvantitativnu probabilističku analizu u projektiranju procesa. Potreba za njima proizlazi iz interaktivnog, kolinearnog i nelinearnog ponašanja tipičnih simulacija procesa. Primjerice, u mikroelektroničkom inženjerstvu se Monte Carlo simulacije primjenjuju za analizu koreliranih i nekoreliranih varijacija u analognim i digitalnim integriranim krugovima.

Koriste se i u različitim poljima računalne biologije, primjerice za Bayesovo zaključivanje u filogeniji ili za proučavanje bioloških sustava kao što su genomi, proteini ili membrane.

U računalnoj grafici koristi se za praćenje putanje, a povremeno je nazivano i Monte Carlo praćenje zraka. Prikazuje 3D scenu slučajnim praćenjem uzoraka mogućih puteva svjetlosti, a ponovljeno uzorkovanje bilo kojeg piksela će na kraju dovesti do konvergiranja prosjeka uzoraka na ispravno rješenje jednadžbe renderiranja. To ga čini jednom od fizički najtočnijih metoda 3D grafičkog renderiranja koje postoje. Monte Carlo simulacije također su uspješne u rješavanju integralnih diferencijalnih jednadžbi s polja zračenja i prijenosa energije, stoga se primjenjuje pri izradi fotorealističnih slika virtualnih 3D modela, s primjenama u video igrama, dizajnu, filmovima, specijalnim efektima i slično.

Prema Casseyju i Smithu (2014:84), standardi za Monte Carlo simulacije u statistici postavio je Sawilowsky. U primijenjenim statistikama, Monte Carlo simulacije imaju brojne mogućnosti korištenja. Primjerice, za usporedbu konkurentskih statistika za male uzorke u realnim uvjetima podataka.

Monte Carlo simulacije mogu se koristiti i u pravu. Primjerice, korišten je za procjenu potencijalne vrijednosti predloženog programa za pomoć ženskim žrtvama u Wisconsinu da budu uspješne u svojim zahtjevima za zabrane prilaska uznemiravanju i obiteljskom zlostavljanju.

Budući da su poslovanje i financije opterećene slučajnim varijablama, Monte Carlo simulacije imaju velik potencijal primjene na ovim područjima. Pomoću njih se, primjerice, procjenjuje vjerojatnost prekoračenja troškova kod velikih projekata i vjerojatnost da će se cijena određene imovine kretati na određen način. Analitičari ih koriste za procjenu rizika da subjekt neće ispunjavati svoje obveze te za analizu izvedenica, primjerice opcija. Telekomi ih mogu koristiti za procjenu učinkovitosti mreže u različitim scenarijima te uz pomoć rezultata optimizirati mrežu. Iz aspekta financija, najčešće se primjenjuju u korporativnim financijama i matematičkim financijama za vrednovanje i analizu instrumenata, portfelja i ulaganja simulacijom različitih izvora neizvjesnosti koji utječu na njihovu vrijednost. Potom se određuje distribucija njihove vjerojatnosti u rasponu rezultirajućih ishoda. Ovaj postupak se uobičajeno radi uz pomoć stohastičkih modela imovine. Prednost korištenja Monte Carlo simulacija u financijama u odnosu na druge tehnike je povećanje dimenzija problema, odnosno izvora nesigurnosti.

3.3.4. Prednosti i nedostatci

Monte Carlo simulacija kao metoda izračuna rizične vrijednosti pruža brojne pogodnosti, no ima i svoje mane.

Prednost Monte Carlo simulacije je primjenjivost na širok spektar djelatnosti. Unutar područja financija, za razliku od parametarske metode, Monte Carlo simulacija primjenjiva je na sve financijske instrumente.

U odnosu na povijesnu metodu izračuna rizične vrijednosti, Monte Carlo simulacijom moguće je izvesti beskonačan broj simulacija, odnosno neograničena je količina scenarija i događaja gdje svaki donosi drugačiji rezultat. Za njen izračun također nije potrebna velika količina podataka iz prošlosti.

Monte Carlo simulacijom se uzima u obzir nelinearnost promjena vrijednosti te omogućuje korištenje nelinearnih modela procjene portfelja.

S obzirom da se ne temelji na prosječnim vrijednostima, ona omogućuje dobivanje potpune distribucije vjerojatnosti portfelja.

Najznačajniji nedostatak očituje se u vremenu. Ova metoda je vremenski vrlo zahtjevna, izračun rizične vrijednosti može biti značajno duži u odnosu na izračun parametarskom metodom. Razlog tomu je što se moguća vrijednost portfelja mora višestruko preračunavati. U odnosu na ostale metode, Monte Carlo simulacija je i kompliciranija.

Mana Monte Carlo simulacije može se očitati i u pretpostavci savršeno efikasnih tržišta. „Formalno gledajući, tržište je efikasno u odnosu na određeni informacijski skup ukoliko otkrivanje tog informacijskog skupa svim sudionicima tržišta ne dovodi do promjene cijena vrijednosnica. Nadalje, efikasnost u odnosu na informacijski skup ukazuje na nemogućnost ostvarivanja ekonomskih zarada od trgovanja na osnovi informacijskog skupa“ (Malkiel, 1992:740).

Ova metoda ignorira sve što nije već sadržano u kretanju cijena, a jednom unesene volatilnosti i korelacije između vrijednosnica se uzimaju kao stalne i nepromjenjive. Zbog toga ne reagira na promjene na tržištu, primjerice makroekonomske trendove, a samim time nije realan prikaz razine rizika.

Prema Ulamu (1991:199), Monte Carlo simulacije nikada ne daju egzaktan odgovor. Rješenja ovise o broju ponovljenih simulacija. Odnosno, svi rezultati su procjene.

3.3.5. Nasumične vrijednosti

Monte Carlo simulacija na primjeru dionice A izvedena je uz korištenje dnevnih prinosa izračunatih prilikom povijesne metode, pomoću njih je generirano 100 nasumičnih rezultata za 30 uzoraka. Nakon sortiranja, rizična vrijednost uz razinu pouzdanosti od 99% predstavlja prvu po vrijednosti dnevnih rasta/pada vrijednosti stvorenih uzoraka. Za dionicu A, postoji 1% vjerojatnosti da se u jednom danu može izgubiti više od 19,7% uloženih sredstava. Važno je napomenuti da ukoliko bi simulacija bila provedena ponovno, rezultat bi bio drugačiji. Razlog tomu leži u korištenju nasumičnih vrijednosti.

Monte Carlo simulacija se temelji na višestrukom uzorkovanju iz slučajnog procesa, stoga su nasumični brojevi ključni dio računanja Monte Carlo simulacija.

Monte Carlo simulacije ne zahtijevaju uvijek „prave“ nasumične brojeve da bi bile korisne. Kod određenih primjena, kao primjerice kod primarnog testiranja, nepredvidljivost je ključna. No, mnoge od najkorisnijih tehnika koriste determinističke, pseudoslučajne slijedove, što olakšava testiranje i ponovno pokretanje simulacija. Jedina kvaliteta koja je uobičajeno potrebna za izradu dobrih simulacija jest da se pseudo-slučajni slijed čini „dovoljno“ slučajan.

Excel, kao i svi drugi računalni softveri, ne može proizvesti pravi slijed nasumičnih brojeva. U najboljem slučaju, Excelovi nasumični slijedovi mogu kopirati prave, no istinita nasumičnost je nedostižna. Nemogućnost računalnog softvera da generira prave nasumične bojeve posljedica je potrebe da računalni program slijedi deterministički algoritam da proizvede output. Ukoliko su poznati prethodni broj i algoritam, poznat je i sljedeći broj. Budući da je bit nasumičnosti u tome da se ne zna što dolazi sljedeće, brojevi koji su proizvedeni od strane računalnog softvera nisu zapravo nasumični. Monte Carlo simulacija koja se računa u Excelu, zapravo se temelji na generiranju pseudonasumičnih brojeva.

Važnost nasumičnosti brojeva ističe i Sawilowski (2003:219) kroz navođenje karakteristika visokokvalitetne Monte Carlo simulacije:

- generator (pseudo-slučajnih) brojeva ima određene karakteristike (primjerice dugo „razdoblje“ prije ponavljanja niza),
- generator (pseudo-slučajnih) brojeva proizvodi vrijednosti koje prolaze testove slučajnosti,
- postoji dovoljno uzoraka kako bi se osigurali točni rezultati,
- koristi se odgovarajuća tehnika uzorkovanja,
- korišteni algoritam prikladan je za ono što se modelira,
- simulira pojavu koja se ispituje.

Nisu svi generatori nasumičnih brojeva isti. Monte Carlo simulacija koja se temelji na lošem generatoru nasumičnih brojeva je loša Monte Carlo simulacija. Pri izradi Monte Carlo simulacije i odabiru generatora nasumičnih brojeva, važno je uzeti u obzir svrhu za koju se simulacija izrađuje.

3.3.6. Brownovo gibanje

„Brownovo gibanje je nasumično gibanje čestica koje su mnogo veće nego atomi i obične molekule, ali premalene da bi bile vidljive golim okom u nekom fluidu, kao primjerice gibanje čestica dima u zraku ili peludnih čestica u vodi“(Hrvatska enciklopedija, 2021). Otkrio ga je Robert Brown 1820. godine. Teoriju je detaljnije razvio Albert Einstein, a Jean Perrin ju je potvrdio pokusom.

U financijama, Brownovo gibanje može se koristiti za modeliranje pri izračunu cijena dionica. Najčešće se koristi geometrijsko Brownovo gibanje (GBM). U osnovi, to znači da cijena dionice slijedi nasumični hod i u skladu je s hipotezom efikasnog tržišta.

Geometrijsko Brownovo gibanje može se izračunati prema formuli:

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu \Delta t + \sigma \epsilon \sqrt{\Delta t}$$

Jednadžba 3: Brownovo gibanje
Izvor: Harper, D.R. (2022)

gdje:

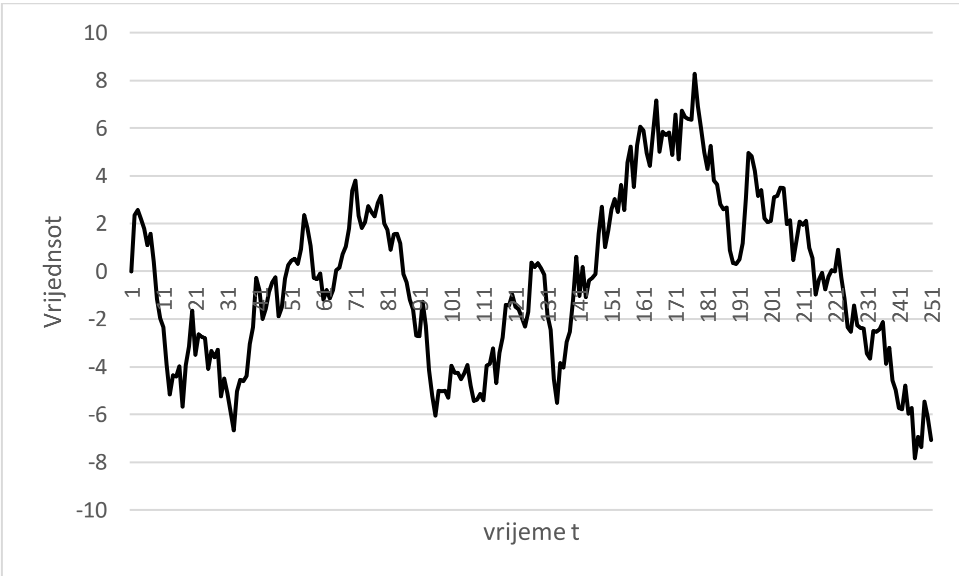
- S = cijena dionice
- ΔS = promjena cijene dionice
- μ = očekivani povrat
- σ = standardna devijacija povrata
- ϵ = nasumična varijabla
- Δt = promatrani vremenski period

Prilagođavanjem oblika formule da nepoznanica bude promjena cijene dionice, formula glasi:

$$\Delta S = S * \mu \Delta t + \sigma \epsilon \sqrt{\Delta t}$$

Jednadžba 4: Simulator promjena cijene dionice
Izvor: Harper, D.R. (2022)

Prema jednadžbi, vidljivo je kako je promjena cijene dionice umnožak cijene dionice „S“ s dva izraza. Prvi izraz predstavlja „zanošenje“ (eng. drift). Za svako vremensko razdoblje, geometrijsko Brownovo gibanje pretpostavlja da će se cijena „zanijeti“, odnosno „odlutati“ prema gore za očekivani povrat. No, zanos će biti iznenađen slučajnim šokom, koji je predstavljen drugim izrazom s kojim je pomnožen „S“. Slučajni šok je standardna devijacije pomnožena sa slučajnim brojem. Na ovaj način je skalirana standardna devijacija.



Grafikon 3: Trajektorija standardnog Brownovog gibanja [0;250]
Izvor: izrada autora

Na grafikonu 3 prikazan je primjer trajektorije standardnog Brownovog gibanja. Kretanje trajektorije određeno je parametrima μ i σ, koji su u svrhu grafikona kreirani nasumičnom funkcijom u Excelu.

Brownovo kretanje ima brojne primjene, a u financijama se najčešće koristi za prikazivanje kretanja cijena financijske imovine. Primjer korištenja može se pronaći i na stranicama Zagrebačke burze.

3.3.7. Način izračuna

Monte Carlo simulacija najsličnija je povijesnoj metodi, s ključnom razlikom da hipotetske promjene tržišnih faktora stvaraju na temelju nasumičnih vrijednosti iz statističke distribucije. Uobičajen je velik broj nasumično generiranih simulacija. Svaka simulacija je različita, no njihove ukupnosti postižu određene statističke parametre, odnosno povijesne distribucije i procjene promjenjivosti i korelacija.

S obzirom da se Monte Carlo simulacija može provesti kroz više različitih programa, ne postoji jedinstven postupak. No, većina Monte Carlo simulacija izračuna rizične vrijednosti prati određene korake:

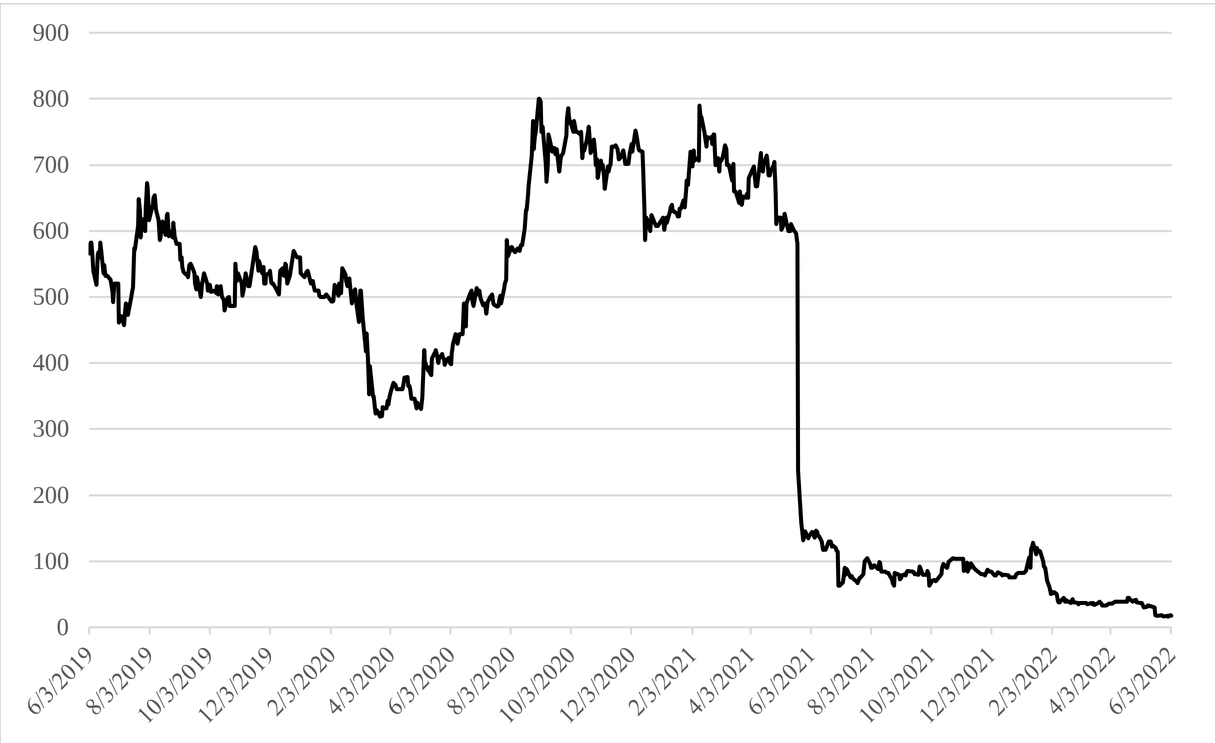
1. „utvrđivanje tržišnih faktora,
2. definiranje formule koja će izraziti vrijednost portfelja u obliku jednostavnih pozicija, koje ovise o tržišnim faktorima,
3. odabiranje odgovarajuće distribucije za povrate po tržišnim faktorima,
4. procjenjivanje parametara (promjenjivosti i korelacija) navedene distribucije,
5. uz pomoć generatora nasumičnog broja simuliranje velikog broja (više od 1.000) hipotetičnih povrata po tržišnim faktorima,
6. izračunavanje hipotetičnih tržišnih faktora pomoću njihovih aktualnih vrijednosti i simuliranih povrata,
7. podvrgavanje aktualnog portfelja tim hipotetičnim tržišnim faktorima
8. oduzimanje vrijednosti aktualnog portfelja od hipotetičnih tržišnih faktora da bismo dobili hipotetične dobiti i gubitke,
9. iskazivanje tih vrijednosti redom od najvećega gubitka do najveće dobiti,
10. odabiranje gubitka koji je jednak ili premašen x posto vremena kako bi se dobila procjena rizične vrijednosti“ (Mikulčić, 2001:4).

4. Monte Carlo simulacija na primjeru dionice Dalekovoda

Nakon pružene teorijske podloge, u ovom poglavlju prikazana je Monte Carlo simulacija izračuna rizične vrijednosti na primjeru dionice Dalekovod d.d.-a.

Dalekovod je hrvatska tvrtka, aktivna u sektoru elektronike i niskogradnje. Primarne djelatnosti obuhvaćaju projektiranje, proizvodnju i izgradnju elektroenergetskih objekata, trafostanica, dalekovoda, telekomunikacijskih objekata, cestovne opreme, željezničke opreme i ulične rasvjete. Osnovan je 1949. godine kao poduzeće u državnom vlasništvu, a restrukturiran u dioničko društvo 1993. godine te zatim uvršten na Zagrebačku burzu.

Za potrebe izračuna i analize rizične vrijednosti, podaci o kretanju cijena dionica preuzeti su sa web stranice Zagrebačke burze, a promatrano je razdoblje od 3 godine, odnosno od lipnja 2019. godine do lipnja 2022. godine.



Grafikon 4: Kretanje cijena Dalekovoda za razdoblje od lipnja 2019. do lipnja 2022. god
Izvor: izrada autora

Grafikon 4 prikazuje kretanje cijena dionica Dalekovoda u razdoblju od 3.6.2019. godine do 3.6.2022. godine. Iz grafikona su vidljiva dva značajnija pada cijena. Prvi počevši od travnja 2020. godine, prouzrokovan epidemijom korona virusa. No, oporavak nije potrajao dugo, te cijena dionice Dalekovoda doživjela svoj najveći iznos u promatranom razdoblju već krajem kolovoza iste godine. Kretanje cijena bilo je relativno stabilno, sve do naglog pada od svibnja 2021. godine. Razlog naglog pada je financijsko restrukturiranje, odnosno smanjenje temeljnog kapitala s 247 mil na 2,47 mil putem spajanja dionica u omjeru 100:1. Budući da je ekstremni pad nastao zbog administrativnih razloga, ovaj ekstrem („outlier“) je isključen iz daljnjih izračuna. Od svibnja 2021. godine pa do veljače 2022. godine cijena dionice se prosječno kretala oko 100,00 kn, kada je došlo do ponovnog pada. Posljednja cijena 3.6.2022. godine, a ujedno i među najnižim cijenama u promatranom razdoblju od tri godine, iznosi 17,80 kn te je korištena za daljnji izračun rizične vrijednosti Monte Carlo simulacijom.

Na temelju podataka o kretanju cijena, izračunava se prinos na dnevnoj razini, te zatim prosječni prinos i volatilnost mjerena standardnom devijacijom. Dobiveni rezultati prikazani su tablicom 2.

Tablica 2: Podaci za Monte Carlo simulaciju

ZADNJA CIJENA	PROSJEČNI DNEVNI PRINOS	DNEVNAVOLATILNOST
17,8	-0,3760%	6,2508%

Izvor: izračun autora

Tablica 2 prikazuje ključne podatke potrebne za izračun Monte Carlo simulacije, izvedene na temelju povijesnih podataka. Negativan prosječni prinos od -0,5065% sugerira na nadjačavanje gubitaka nad dobicima. Volatilnost izračunata standardnom devijacijom prikazuje standardizirano odstupanje od prinosa, no važno je uzeti u obzir da ona ne raspoznaje pozitivna i negativna odstupanja od prosjeka.

Nakon prikupljanja podataka o posljednjoj cijeni, izračuna prosječnog prinosa i volatilnosti, prikupljeni su svi potrebni podaci za kreiranje Monte Carlo simulacije rizične vrijednosti Dalekovoda.

Za izračun rizične vrijednosti postavljene su sljedeće pretpostavke:

- cijene dionica Dalekovoda kretati će se u skladu s povijesnim kretanjima, odnosno, neće biti ekstremnih šokova,
- cijena slijedi Brownovo gibanje,
- sljedeći radni mjesec broji 20 radnih dana.

Na temelju navedenih povijesnih podataka i njihovih izračuna, te na temelju postavljenih pretpostavki, izračunata je Monte Carlo simulacija za dionice Dalekovoda.

Tablica 3: Pojednostavljeni prikaz simulacije nasumičnih vrijednosti dnevnih povrata Dalekovoda

	0	**DAN 1**	**DAN 2**	**…**	**DAN 19**	**DAN 20**
1	17,8	19,68203	18,71366	…	18,23604	17,3931
2	17,8	16,34574	17,01853	…	18,68523	18,22864
…	…	…	…	…	…	…
999	17,8	16,86721	17,76905	…	17,21796	18,22622
1000	17,8	16,69806	18,07363	…	17,37464	15,48852

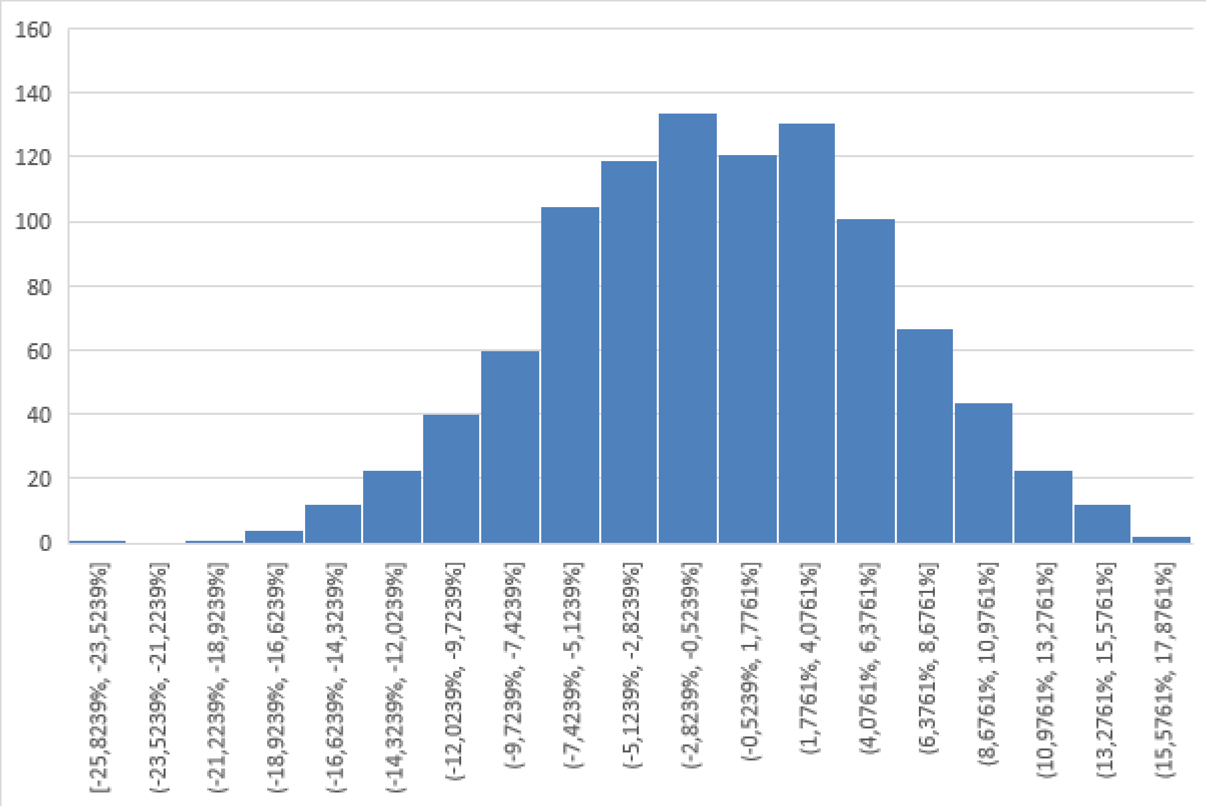
Izvor: izrada autora

Tablica 3 prikazuje skraćenu matricu Monte Carlo simulacije. Generirano je 1000 nasumičnih scenarija za 20 uzoraka, odnosno dana. Simulirane vrijednosti dobivene su uz pomoć dvije Excel funkcije:

- NORMINV – služi za izračunavanje normalne kumulativne raspodjele za navedenu aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju,
- RAND – služi za generiranje nasumičnog broja.

Dobiveni podaci predstavljaju simulirane dnevne povrate za dionicu Dalekovoda, odnosno računalno dobivene virtualne buduće cijene.

Nakon generiranja simuliranih cijena, na temelju posljednjeg dana izračunato je 1000 prinosa.



Grafikon 5: Histogram simuliranih prinosa Dalekovoda
Izvor: izrada autora

Grafikon 5 prikazuje histogram simuliranih prinosa. Prema histogramu, prinosi koji se na temelju simulacije najviše očekuju su između -2,8239% i -0,5239%, odnosno očekuje se gubitak. S desne strane histograma nalaze se najviše očekivane razine prinosa. Najveći simulirani prinosi, između 15,5761% i 17,8761% imaju manje od 1% vjerojatnosti pojavljivanja, odnosno 0,7%. S obzirom da se rizik promatra kroz gubitke, za izračun rizične vrijednosti važne su vrijednosti s lijeve strane histograma. Histogramom je moguće odrediti 5%, odnosno 1% najvećih gubitaka.

Na temelju simuliranih cijena i prinosa Monte Carlo simulacijom, izračunata je rizična vrijednost primjenom povijesne metode te metode varijance-kovarijance.

Za potrebe metode varijance-kovarijance, na temelju simuliranih cijena i prinosa izračunat je prosječni prinos koji iznosi -0,4800%, te standardna devijacija koja iznosi 6,4913%. Korišteni su koeficijenti od -1,65 za razinu pouzdanosti od 95%, te -2,33 za razinu pouzdanosti od 99%. Rezultat rizične vrijednosti metodom varijance-kovarijance korigiran je za prosječni prinos.

Tablica 4: Rizična vrijednost Dalekovoda na temelju simuliranih prinosa Monte Carlo simulacijom

	VaR	
Razina pouzdanosti	**Povijesna metoda**	**Metoda varijance-kovarijance**
95%	-11,4455%	-11,1907%
99%	-15,3755%	-15,6049%

Izvor: izrada autora

Tablica 4 prikazuje izračunate rizične vrijednosti na razinama pouzdanosti od 95% i 99% povijesnom metodom te metodom varijance i kovarijance na temelju podataka dobivenih Monte Carlo simulacijom za dionice Dalekovoda.

Obje metode ukazuju na slične razine rizika, između povijesne i metode varijance-kovarijance postoji relativno mala razlika.

Na razini pouzdanosti od 95% povijesna metoda ukazuje na veći rizik od rezultata dobivenog metodom varijance-kovarijance. Rizična vrijednost izračunata povijesnom metodom je veća za 0,2548 postotna poena, odnosno za 2,28%. S druge strane, kod razine pouzdanosti od 99%, rizična vrijednost metodom varijance-kovarijance ukazuje na veći rizik od rizične vrijednosti povijesnom metodom. Metodom varijance-kovarijance rizična vrijednost je veća za 0,2294 postotna poena, odnosno 1,49%.

Prema izračunu povijesnom metodom, ukoliko mjesečni VaR dionice Dalekovoda iznosi -11,4455%, uz razinu signifikantnosti od 95%, može se reći da postoji 95% sigurnosti da se idući dan na dionici Dalekovoda ne može izgubiti više od 11,4455% uloženih sredstava. Prema metodi varijance-kovarijance korigiranoj za očekivani prinos, uz mjesečni VaR dionice Dalekovoda od -11,1907% te razinu pouzdanosti od 95%, postoji 5%-na mogućnost da se u jednom danu izgubi više od 11,1907% uloženih sredstava.

Prema izračunu povijesnom metodom, ukoliko mjesečni VaR dionice Dalekovoda iznosi -15,3755%, uz razinu signifikantnosti od 99%, može se reći da postoji 99% sigurnosti da se idući dan na dionici Dalekovoda ne može izgubiti više od 15,3755% uloženih sredstava. Prema metodi varijance-kovarijance korigiranoj za očekivani prinos, uz mjesečni VaR dionice Dalekovoda od -15,6049% te razinu pouzdanosti od 99%, postoji 1%-na mogućnost da se u jednom danu izgubi više od 15,6049% uloženih sredstava.

Rizična vrijednost izračunata je i putem povijesne te metode varijance-kovarijance na temelju podataka o kretanju prinosa preuzetih sa stranica Zagrebačke burze.

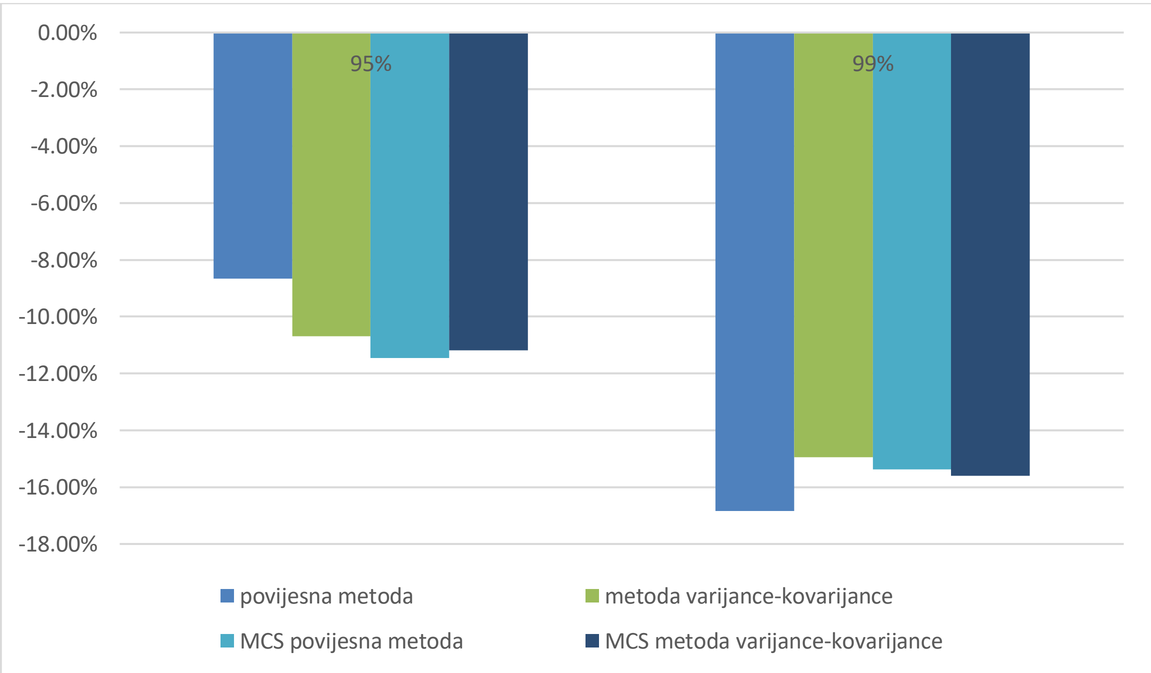
Tablica 5: Rizična vrijednost Dalekovoda

	VaR			
Razina pouzdanosti	**Povijesna metoda**	**Metoda varijance-kovarijance**	**MCS povijesna metoda**	**MCS metoda varijance-kovarijance**
95%	-8,6658%	-10,6898%	-11,4455%	-11,1907%
99%	-16,8335%	-14,9403%	-15,3755%	-15,6049%

Izvor: izrada autora

Tablica 5 prikazuje usporedbu rizične vrijednosti Dalekovoda izračunatu povijesnom metodom, metodom varijance-kovarijance te rizičnu vrijednost povijesnom metodom i metodom varijance-kovarijance na temelju simuliranih prinosa izračunatih Monte Carlo simulacijom. Oba pristupa Monte Carlo simuliranih prinosa ukazuju na relativno slične razine rizika, dok povijesna metoda te metoda varijance-kovarijance na temelju stvarnih prinosa prikazuju veće oscilacije.

U nastavku je ova situacija prikazana grafički.



Grafikon 6: Rizična vrijednost Dalekovoda;
Izvor: izrada autora

Grafikon 6 prikazuje usporedbu rizične vrijednosti Dalekovoda izračunatu povijesnom metodom, metodom varijance-kovarijance te Monte Carlo simulacijom. Na razini pouzdanosti od 95%, na najveći rizik ukazuje izračun rizične vrijednost Monte Carlo simulacijom, prema povijesnoj metodi, a najmanja rizična vrijednost dobiva se povijesnom metodom. S druge strane, na razini pouzdanosti od 99%, najveći rizik izračunava povijesna metoda, a najmanji metoda varijance-kovarijance.

Na temelju podataka rizične vrijednosti izračunate povijesnom metodom na prinosima simuliranim Monte Carlo simulacijom, izračunata je i uvjetna rizična vrijednost.

Tablica 6: Uvjetna rizična vrijednost Dalekovoda na temelju simuliranih prinosa Monte Carlo simulacijom

Razina pouzdanosti	CVaR
95%	-14,0145%
99%	-17,9543%

Izvor: izrada autora

Tablica 6 prikazuje izračun uvjetne rizične vrijednosti Dalekovoda. Ukoliko dođe do ekstremnog slučaja i ostvari se 5%, odnosno 1% najgorih slučajeva, očekivani gubitak iznosi 14,0145%, odnosno 17,9543% uloženih sredstava.

5. Zaključak

U želji za smanjenjem rizika i gubitka, brojni investitori okreću se sustavnom upravljanju rizicima. Jedna od ključnih karakteristika rizika je njegova mjerljivost, a upravo mjerenjem rizika postavlja se podloga za kvalitetno upravljanje rizicima. Tržišni rizici mogu se mjeriti izračunom rizične vrijednosti (VaR), a ona se može izračunati na tri načina: povijesnom metodom, parametarskom metodom te Monte Carlo simulacijom.

Monte Carlo simulacija predstavlja najprecizniju metodu izračuna VaR-a. Njome se kreiraju simulirana nasumična kretanja cijena dionica na temelju povijesnih podataka.

U radu je prikazana Monte Carlo simulacija rizične vrijednosti na primjeru dionice Dalekovoda (DLKV).

Pomoću Monte Carlo simulacije izračunati su simulirani prinosi na temelju kojih je potom povijesnom, odnosno metodom varijance-kovarijance izračunata rizična vrijednost.

Mjesečna rizična vrijednost na temelju prinosa simuliranih Monte Carlo simulacijom dobivena povijesnom metodom na razini pouzdanosti od 95% iznosi -11,4455%. Prema tome, uz razinu pouzdanosti od 95%, postoji 5%-na mogućnost da se u jednom danu izgubi više od 11,4455% uloženih sredstava. Rizična vrijednost na temelju prinosa simuliranih Monte Carlo simulacijom dobivena metodom varijance-kovarijance na razini pouzdanosti od 95% iznosi -11,1907%, odnosno postoji 5%-na mogućnost da se u jednom danu izgubi više od 11,1907% uloženih sredstava.

Na razini pouzdanosti od 99%, rizična vrijednost povijesnom metodom na temelju simuliranih prinosa iznosi -15,3755% te se može reći da postoji 99% sigurnosti da se idući dan na dionici Dalekovoda ne može izgubiti više od 15,3755% uloženih sredstava. Metodom varijance-kovarijance, rizična vrijednost simuliranih prinosa na razini pouzdanosti od 99% je -15,6049%, te se može se može reći da postoji 1%-na mogućnost da se u jednom danu izgubi više od 15,6049% uloženih sredstava.

Usporedba rizične vrijednosti na temelju simuliranih i stvarnih prinosa ukazuje na to da korištenje različitih metoda izračuna rizika može dovesti do različitih investicijskih odluka. Stoga je pri odabiru metode važno uzeti u obzir tržišne okolnosti.

Temeljem prikazanih rezultata i trenda kretanja prinosa, može se zaključiti kako je rizična vrijednost Dalekovoda trenutačno visoka. Mogući uzrok velikog rizika jest restrukturiranje kapitala tvrtke. Prikaz i analiza dobivene rizične vrijednosti mogu biti korisni pri donošenju odluka o investiranju.

Literatura

1. Barreto, H., Howland, F.M. (2006). Introductory Econometrics Using Monte Carlo Simulation with Microsoft Excel, Cambridge University Press
2. Boyle, P. (1977). *Options: A Monte Carlo Approach*, Journal of Financial Economics 4, 323-338
3. Cvetinović, M. (2008). *Upravljanje rizicima u financijskom poslovanju*, Univerzitete Singidunum, Beograd
4. Dagpunar, J.S. (2007). Simulation and Monte Carlo with applications in finance and MCMC, Wiley & Sons
5. Ercegovac, R. (2008). *Politika kamatnih stopa u bankama u kontekstu rizika*, doktorska disertacija, Ekonomski fakultet Split.
6. Hardy, Charles O. (1923). *Risk and Risk-Bearing*, Chicago: University of Chicago Press
7. Hicks, J. R. (1935). *A suggestion for simplifying the theory of money*, Economica, 11 (5), 1-19
8. Kalos, M. H., Whitlock, P. A. (2008). *Monte Carlo Methods*. Wiley-VCH. ISBN 978-3-527-40760-6.
9. Leavens, Dickson H. (1945). *Diversification of investments*, Trusts and Estates, 80 (5), 469-473.
10. Lintner, J. (1965). *The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets*, Review of Economics and Statistics, 47, 13-37.
11. Malkiel, B. G., *(*1992). *Efficient Market Hypothesis u Peter Newman, Murray Milgate i John Eatwell*, ured., New Palgrave Dictionary of Money and Finance, 739-744, London: Macmillan.
12. Markowitz, H. M. (1952). *Portfolio Selection*, Journal of Finance, 7 (1), 77-91.
13. McLeish, D.L. (2000). Monte Carlo Methods in Finance
14. Moshman, J. (1967). *Random number generation*, In A. Ralston & H. S. Wilf, (Eds.) Mathematical methods for digital computers. Vol. 2, 249 - 263.
15. Mossin, J. (1966). *Equilibrium in a capital asset market*, Econometrica, 34, 768-783.
16. Mun, J. (2006). *Modeling risk*, Wiley & Sons, 74.
17. Negoita, C. V., Ralescu, D. (1987). *Simulation: Knowledge-based computing, and fuzzy statistics*. NY: Van Nostrand Reinhold Co
18. Ripley, B. D. (1987). *Stochastic Simulation*. Wiley & Sons, 1
19. Roy, A. D. (1952). *Safety first and the holding of assets*, Econometrica, 20 (3), 431-449.
20. Sajter, D. (2017). *Osnove upravljanja rizicima u financijskim institucijama.* Osijek: Ekonomski fakultet u Osijeku, Sveučilište Josipa Jurja Strossmayjera
21. Saunders, A. *(2000). Financial institutions management: a modern perspective,* McGraw-Hill, Boston
22. Sawilowsky, S. S. (2003). *"You think you've got trivials?"*, Journal of Modern Applied Statistical Methods 2 (1): 218–220

23. Sharpe, W. F. (1963). *A simplified model for portfolio analysis*, Management Science, 9, 277-293.
24. Tobin, J. *(*1958). *Liquidity preference as behavior towards risk*, The Review of Economic Studies, 25, 65-86.
25. Treynor, J. (1961). *Towards a theory of market value of risky assets*, unpublished manuscript
26. Ulam, S. (1991*). Adventures of a Mathematician*, University of California Press, 199.
27. Wang, H.(2012). Monte Carlo Simulation with Applications to Finance, Chapman and Hall book, CRC Press

Internetski izvori

1. Brownian Motion Simulation in Excel, Revoledu, raspoloživo na: https://people.revoledu.com/kardi/tutorial/StochasticProcess/BrownianMotion/BrownianMotionSimulation.html[04.06.2022.]
2. Brownovo gibanje. *Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje.* Leksikografski zavod Miroslav Krleža, 2021., raspoloživo na: http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=9755 [22.06.2022.]
3. *Buffon's needle problem,* Maple Soft, raspoloživo na: https://www.maplesoft.com/support/help/maple/view.aspx?path=MathApps%2FBuffonsNeedleProblem [19.06.2022.]
4. Cassey, A.J., Smith, B.O. (2014). *Simulating confidence for the Ellison-Glaeser Indeks*, Journal of Urban Economics. 81- 93, raspoloživo na: doi:10.1016/j.jue.2014.02.005. [19.06.2022.]
5. Chen, J. (2020). *Conditional Value at Risk (CVaR),* Investopedia, raspoloživo na: https://www.investopedia.com/terms/c/conditional_value_at_risk.asp [09.06.2022.]
6. Dozan, J. (2021). Potop dionica Dalekovoda nakon objave modela financijskog restrukturiranja, Poslovni dnevnik, raspoloživo na: https://www.poslovni.hr/vijesti/potop-dionica-dalekovoda-nakon-objave-modela-financijskog-restrukturiranja-4288354 [04.06.2022.]
7. Haigh, T., Priestley, M., Rope, C. (2014). *Los Alamos Bets on ENIAC: Nuclear Monte Carlo Simulations, 1947-1948,* IEEE Annals of the History of Computing, 36 (3), 42-63, raspoloživo na: https://ieeexplore.ieee.org/document/6880250 [09.06.2022.]
8. Harper, D.R. (2022), *How to use Monte Carlo simulation with GBM*, Investopedia, raspoloživo na: https://www.investopedia.com/articles/07/montecarlo.asp [09.06.2022.]
9. Harper, D.R. (2022). *Introduction to Value at risk (VAR)*, Investopedia, raspoloživo na: https://www.investopedia.com/articles/04/092904.asp#citation-3
10. Harper, D.R. (2022). *Introduction to Value at risk (VAR)*, Investopedia, raspoloživo na: https://www.investopedia.com/articles/04/092904.asp#toc-the-bottom-line [09.06.2022.]
11. Harrison, R. L. (2010). Introduction to Monte Carlo Simulation, National Library of Medicine, raspoloživo na: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2924739/ [04.06.2022.]

12. Holton, G. A. (2002). *History of Value-at-Risk*: 1922-1998, raspoloživo na: https://econwpa.ub.uni-muenchen.de/econ-wp/mhet/papers/0207/0207001.pdf [15.06.2022.]
13. Kenton, W. (2021). *Monte Carlo simulation*, Investopedia, raspoloživo na: https://www.investopedia.com/terms/m/montecarlosimulation.asp [09.06.2022.]
14. Latković, M. (2001). *Upravljanje rizicima: identifikacija, mjerenje i kontrola*, Zagreb, UKD 336.7.519.2(497.5), raspoloživo na: https://moodle.srce.hr/2021-2022/pluginfile.php/5894481/mod_resource/content/1/latkovic.pdf [15.06.2022.]
15. Macroption, *Value at Risk (VAR) Limitations and Disadvantages*, raspoloživo na: https://www.macroption.com/value-at-risk-var-limitations-disadvantages/ [15.06.2022.]
16. McDonald, M. (2016). Finance and Law: The pros and cons of Monte Carlo Simulations in Valuation, Above the Law, raspoloživo na: https://abovethelaw.com/2016/05/finance-and-law-the-pros-and-cons-of-monte-carlo-simulations-in-valuation/ [09.06.2022.]
17. Megla, I. (2019) *Primjena Value-at-Risk metode u analizi sastavnica indexa CROBEX10*, Ekonomski fakultet Zagreb, Zagreb, raspoloživo na: https://hrcak.srce.hr/file/281722 [09.06.2022.]
18. Mikulčić, D. (2001). Value at Risk (Rizična vrijednost), Hrvatska narodna banka, pregledi, Zagreb, raspoloživo na: https://www.hnb.hr/documents/20182/121891/p-007.pdf/b51d2a34-82ad-4fcb-a7c1-1a480f980f4a [15.06.2022.]
19. Monte Carlo simulation, Chapter 4, raspoloživo na: https://sars.org.uk/BOK/Applied%20R&M%20Manual%20for%20Defence%20Systems%20(GR-77)/p4c04.pdf [04.06.2022.]
20. Munđar, D., Zemljak A. (2016). *Izračun rizične vrijednosti – VaR*, Matematika izvan matematike, raspoloživo na: https://hrcak.srce.hr/file/266688 [09.06.2022.]
21. NORMINV-function, Corporate finance Institute, raspoloživo na: https://corporatefinanceinstitute.com/resources/excel/functions/norminv-function/ [04.06.2022.]
22. Novak B., Sajter D. (2007). *VaR dioničkih i mješovitih investicijskih fondova u RH*, Zbornik EFOS, Osijek. raspoloživo na: http://bib.irb.hr/datoteka/319148.VaR_inv_fondova__zbornik_EFOS_2007.pdf [19.06.2022.]
23. Philippe, J. (1996). *Risk: Measuring the risk in Value at Risk*, Financial Analysts Journal, 47, raspoloživo na: https://merage.uci.edu/~jorion/papers/Jorion-1996-FAJ.pdf [15.06.2022.]
24. Random walk with Brownian motion, raspoloživo na: https://agoraopus.github.io/brownian-motion/index.html [04.06.2022.]
25. rizik. *Hrvatska enciklopedija, mrežno izdanje.* Leksikografski zavod Miroslav Krleža, 2021., raspoloživo na: http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=53028 [25.06.2022.]
26. *Stohastička simulacija* (2011). Struna, Hrvatsko strukovno nazivlje, raspoloživo na: http://struna.ihjj.hr/naziv/stohasticke-simulacije/31016/ [19.06.2022.]
27. The Investopedia team (2022), *What does Value at Risk (VaR) say about the „Tail“ of the loss distribution?,* Investopedia, raspoloživo na: https://www.investopedia.com/ask/answers/041615/what-does-value-risk-var-say-about-tail-loss-distribution.asp [16.08.2022.]
28. The Wealth Preservation Institute, *Investment Risk Vs. Investment Return*, White Paper, raspoloživo na: http://www.thewpi.org/pdf/Investment.Risk.White.Paper.pdf

29. Upravljanje rizicima, Ministarstvo financija, Republika Hrvatska, raspoloživo na: https://mfin.gov.hr/istaknute-teme/sredisnja-harmonizacijska-jedinica/financijsko-upravljanje-i-kontrole/upravljanje-rizicima/231 [04.06.2022.]
30. Value at Risk: Monte Carlo simulation, strenghts and weaknesses, raspoloživo na: https://valueatrisk.weebly.com/strengths-weaknesses-and-applications.html [04.06.2022.]
31. Vatsal, Monte Carlo Method explained, Towards Data Science, raspoloživo na: https://towardsdatascience.com/monte-carlo-method-explained-8635edf2cf58 [04.06.2022.]
32. Zagrebačka burza, Dalekovod (DLKV), raspoloživo na: https://zse.hr/hr/papir/310?isin=HRDLKVRA0006 [24.06.2022.]

Popis grafikona

Popis slika

Popis tablica

Popis jednadžbi