

OPTIMIZACIJA PORTFELJA ODABRANIH DIONICA ZAGREBAČKE BURZE

Majpruz, Irena

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Economics in Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Ekonomski fakultet u Osijeku**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:145:728139>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-04**



Repository / Repozitorij:

[EFOS REPOSITORY - Repository of the Faculty of Economics in Osijek](#)



Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

Ekonomski fakultet u Osijeku

Sveučilišni diplomski studij Financijski menadžment

Irena Majpruz

**OPTIMIZACIJA PORTFELJA ODABRANIH DIONICA
ZAGREBAČKE BURZE**

Diplomski rad

Osijek, 2023.

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

Ekonomski fakultet u Osijeku

Sveučilišni diplomski studij Financijski menadžment

Irena Majpruz

**OPTIMIZACIJA PORTFELJA ODABRANIH DIONICA
ZAGREBAČKE BURZE**

Diplomski rad

Kolegij: Teorija i menadžment portfelja

JMBAG: 0111076453

e-mail: imajpruz@efos.hr

Mentor: izv. prof. dr. sc. Ivana Bestvina Bukvić

Komentor: dr. sc. Dražen Novaković

Osijek, 2023.

Josip Juraj Strossmayer University of Osijek

Faculty of Economics & Business in Osijek

Graduate Study Financial Management

Irena Majpruz


**OPTIMIZATION OF THE PORTFOLIO OF SELECTED
SHARES OF THE ZAGREB STOCK EXCHANGE**

Graduate paper

Osijek, 2023

IZJAVA

O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI, PRAVU PRIJENOSA INTELEKTUALNOG VLASNIŠTVA, SUGLASNOSTI ZA OBJAVU U INSTITUCIJSKIM REPOZITORIJIMA I ISTOVJETNOSTI DIGITALNE I TISKANE VERZIJE RADA

1. Kojom izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je diplomski rad isključivo rezultat osobnoga rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu. Potvrđujem poštivanje nepovredivosti autorstva te točno citiranje radova drugih autora i referiranje na njih.
2. Kojom izjavljujem da je Ekonomski fakultet u Osijeku, bez naknade u vremenski i teritorijalno neograničenom opsegu, nositelj svih prava intelektualnoga vlasništva u odnosu na navedeni rad pod licencom *Creative Commons Imenovanje – Nekomercijalno – Dijeli pod istim uvjetima 3.0 Hrvatska*. 
3. Kojom izjavljujem da sam suglasan/suglasna da se trajno pohrani i objavi moj rad u institucijskom digitalnom repozitoriju Ekonomskoga fakulteta u Osijeku, repozitoriju Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku te javno dostupnom repozitoriju Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu (u skladu s odredbama Zakona o visokom obrazovanju i znanstvenoj djelatnosti, NN 119/2022).
4. Izjavljujem da sam autor/autorica predanog rada i da je sadržaj predane elektroničke datoteke u potpunosti istovjetan sa dovršenom tiskanom verzijom rada predanom u svrhu obrane istog.

Ime i prezime studenta/studentice: Irena Majpruz

JMBAG: 0111076453

OIB: 72168054633

e-mail za kontakt: majpruzirena@gmail.com

Naziv studija: Sveučilišni diplomski studij Financijski menadžment

Naslov rada: Optimizacija portfelja odabranih dionica Zagrebačke burze

Mentor/mentorica rada: izv. prof. dr. sc. Ivana Bestvina Bukvić

Komentor/komentorica rada: dr. sc. Dražen Novaković

U Osijeku, 2023. godine

Potpis 

Optimizacija portfelja odabranih dionica Zagrebačke burze

SAŽETAK

Pri formiranju portfelja vrijednosnih papira, osnovni cilj jest pronalaženje ravnoteže između prinosa i rizika iz perspektive investitora. Efikasan portfelj racionalnom investitoru povećava prinos uz danu razinu rizika ili, drugim riječima, minimizira rizik uz željeni prinos. Kako bi dobili efikasni portfelj važno je unijeti optimalnu količinu vrijednosnica (u ovom slučaju dionica) u portfelj odnosno potrebno je portfelj diverzificirati. U ovom se radu koristi suvremena teorija portfelja Harrya Markowitza kako bi se uz pomoć odabranih pet dionica sa Zagrebačke burze formirali efikasni portfelji odnosno efikasna granica. Za postupak optimizacije portfelja odabrane su dionice poduzeća koja imaju sjedišta na prostoru pet slavonskih županija Republike Hrvatske. Pritom se sektorskom diversifikacijom nastojao smanjiti utjecaj oscilacija u gospodarstvu na portfelj te definirati portfelje s negativnom korelacijom te minimalnom varijancom, odnosno s minimalnom standardnom devijacijom. Cilj je istražiti koje dvije dionice ukomponirane u portfelj, od odabranih pet dionica, i u kojem postotku, daju portfelj s najnižom minimalnom standardnom devijacijom među svim portfeljima s minimalnim standardnim devijacijama, te koja kombinacija dionica nosi najveći prinos. Kako bi se postupak mogao provesti, izračunati su očekivani prinosi i standardne devijacije svake dionice zasebno te su na temelju tih podataka napravljene projekcije niza investicijskih mogućnosti koje se investitoru stavljaju na raspolaganje. Nakon provedenog istraživanja vidljivo je kako je najefikasniji portfelj sačinjen od pojedinačnih dionica koje imaju najmanji rizik i pojedinačnih dionica koje daju najviše prinose.

Ključne riječi: portfelj, optimizacija, prinos i rizik, efikasna granica, Zagrebačka burza

Optimization of the portfolio of selected shares of the Zagreb Stock Exchange

ABSTRACT

When forming a portfolio of securities, the main goal is to find a balance between the return and the risk from the investor's perspective. For a rational investor, an efficient portfolio increases the return with a given level of risk or, in other words, minimizes the risk with the desired return. To get an efficient portfolio, it is important to enter the optimal number of securities (in this case shares) into the portfolio, which means it is necessary to diversify the portfolio. This paper uses Harry Markowitz's modern portfolio theory to form efficient portfolios or efficient frontier on the five selected stocks from the Zagreb Stock Exchange. Shares of companies with headquarters in the five Slavonian counties of the Republic of Croatia were selected for the portfolio optimization procedure. In doing so, sectoral diversification was used to reduce the influence of fluctuations in the economy on the portfolio and to define portfolios with negative correlation, minimal variance, and minimal standard deviation. The goal is to investigate which two stocks included in the portfolio, out of the five selected stocks, and in what percentage, give the portfolio with the lowest minimum standard deviation among all portfolios with the minimum standard deviation and which combination of stocks brings the highest return. To be able to carry out the procedure, the expected returns and standard deviations of each share were calculated separately as a base for projections of a series of investment opportunities which were made available to the investor. After the research has been done, it is evident that the most efficient portfolio is made up of individual stocks that have the lowest risk and individual stocks that give the highest returns.

Keywords: portfolio, optimization, return and risk, efficient frontier, Zagreb Stock Exchange

SADRŽAJ

1. UVOD.....	1
2. METODOLOGIJA RADA	2
3. TEORIJSKE OSNOVE MARKOWITZEVOG MODELA	3
3.1. Utjecaj rizika na kreiranje portfelja.....	3
3.2. Utvrđivanje efikasnog portfelja.....	6
4. TRŽIŠTE KAPITALA U REPUBLICI HRVATSKOJ	15
5. OPTIMIZACIJA PORTFELJA ODABRANIH DIONICA ZAGREBAČKE BURZE ...	20
5.1. Izračun očekivanih prinosa i rizika dionica.....	24
5.2. Korelacija među prinosima.....	29
5.3. Niz investicijskih mogućnosti za investitore	31
6. RASPRAVA	38
7. ZAKLJUČAK.....	39
LITERATURA	40
POPIS SLIKA.....	43
POPIS TABLICA	44

1. UVOD

Mnogi investiranje smatraju rizičnim postupkom s mnogo neizvjesnosti, što je točno, ali postoje alati uz pomoć kojih je moguće racionalno investirati i ostvariti što je moguće veće prinose i to uz što manji rizik. Rizik je nemoguće u potpunosti ukloniti, no on se može smanjiti. Upravo je smanjenje rizika u investiranju u vrijednosne papire i utvrđivanje u kojoj mjeri se on može smanjiti predmet istraživanja ovog rada.

Jedan od najčešćih razloga zašto investicijske aktivnosti uvijek ne postižu pozitivne rezultate je manjak diversifikacije, odnosno stavljanje cjelokupnog uloga u isto ulaganje. Kada je riječ o vrijednosnim papirima, treba biti svjestan toga da niti to ulaganje nije izuzeto od rizika. Markowitzev model prvenstveno ukazuje na tu konstataciju. Suvremena teorija portfelja Harryja Markowitza prvenstveno uzima u obzir dvije stvari - prinos i rizik dionica u koje investitori ulažu ili žele ulagati. Variranje prinosa iz razdoblja u razdoblje, rizik je s kojim se investitori svakodnevno nose. Cilj ovog rada je pojasniti Markowitzev model optimizacije portfelja te ga, uz sektorsku diversifikaciju, primijeniti pri formiranju deset portfelja od po dvije dionice uz pomoć programa Microsoft Excel, te definirati portfelje s minimalnom standardnom devijacijom. Ovim se istraživanjem želi saznati koje dionice, od odabranih pet dionica, čine portfelj s najnižom minimalnom standardnom devijacijom među svim portfeljima s minimalnim standardnim devijacijama, te optimalnu kombinaciju rizika i prinosa i na taj način dodatno analizirati rizik kojem je investitor svakodnevno izložen, te utvrditi u kojoj mjeri primjena ovog modela omogućava investitoru da umanjí rizik odabirom najpovoljnije alternative.

Sljedeće poglavlje opisuje metodologiju istraživanja dok treće poglavlje daje teorijske postavke Markowitzevog modela kako bi se poslije lakše objasnio sam postupak optimizacije. U četvrtom poglavlju reći će se nešto o tržištu kapitala u Republici Hrvatskoj, dok će peto poglavlje objasniti sam postupak optimizacije koji će se provesti kroz četiri faze. Prva faza obuhvaća formiranje uzorka, a druga faza prikupljanje potrebnih povijesnih podataka. U trećoj fazi optimizacije pokazat će se izračuni potrebnih veličina, kako za svaku dionicu zasebno, tako i za niz portfelja koji investitorima stoje na raspolaganju. Sam postupak optimizacije prikazat će se kroz izračun u programu Microsoft Excel. Konačna, četvrta faza obuhvaća formiranje optimalnog portfelja. Šesto poglavlje uključuje raspravu o dobivenim rezultatima dok posljednje daje zaključna razmatranja.

2. METODOLOGIJA RADA

U ovom se radu u najvećoj mjeri koristi domaća znanstvena i stručna literatura uz pomoć koje će se u empirijskom dijelu rada obraditi sekundarni podaci preuzeti sa Zagrebačke burze te će se na koncu adekvatno prezentirati kako bi se omogućila pravilna primjena procesa optimizacije portfelja upotrebom Markowitzevog modela na hrvatskom tržištu kapitala. U ovom radu detaljno će se obraditi nacionalno organizirano sekundarno tržište kapitala. Odnosno, nacionalno organizirano sekundarno tržište vlasničkih vrijednosnica. Za izračun su korišteni povijesni podaci o trgovanju odabranim dionicama i podaci o tržišnom indeksu. Odabrane dionice su dionice poduzeća Đuro Đaković grupe d.d., Kutjeva d.d., Saponije d.d., Slatinske banke d.d. i Zvečeva d.d. Navedene dionice su odabrane iz razloga jer se želi analizirati rizik ulaganja u poduzeća koja imaju dugu tradiciju i posluju na prostoru Slavonije te se iz tog razloga, bez podrobnije analize mogu smatrati dobrim investicijskim alternativama. Dionice odabranih poduzeća imaju sjedišta na prostoru pet slavonskih županija Republike Hrvatske, te su i iz različitih sektora djelatnosti kako bi se dobio dodatni efekt sektorske diversifikacije. Odabrani tržišni indeks je indeks Zagrebačke burze d.d., CROBEX. Cijene koje se koriste u radu su zadnje cijene na svaki prvi datum u mjesecu. Ukoliko na taj datum nije bilo trgovanja, preuzete su zadnje cijene trgovanja dionicom koje su najbliže u prošlosti tom datumu. Standardna devijacija izračunata iz tih povijesnih podataka koristi se za procjenu rizika u budućnosti.

Pri izradi teorijskog dijela rada koristi se deskriptivna metoda kako bi se na samom početku opisali pojedini pojmovi zbog lakšeg razumijevanja samog procesa optimizacije. Zbog potreba ovog rada, korištena je i metoda analize kako bi se složeniji pojmovi raščlanili na jednostavnije te metoda klasifikacije pomoću koje se opći pojmovi dijele na zasebne dijelove. Uz pomoć metoda kompilacije i komparacije spajala su se i uspoređivala tuđa različita razmišljanja. Na kraju se korištenjem induktivne metode, analiziranjem pojedinih činjenica, dolazi do općeg zaključka.

Pri izradi empirijskog dijela diplomskog rada, prvo su uz pomoć statističkih metoda prezentirani izračuni određenih veličina kroz matematičke formule i simbole primjenom tabličnog kalkulatora Microsoft Excel. Zatim su ti dobiveni podaci, zbog bolje preglednosti, prezentirani u tablicama i slikama, kako bi se podaci mogli što kvalitetnije iznijeti i usporediti te donijeti zaključci na temelju provedene analize.

3. TEORIJSKE OSNOVE MARKOWITZEVOG MODELA

Prema Orsagu (2011) moderna portfolio teorija nastala je u onom trenutku kada je Harry Markowitz razvio alate za odlučivanje u uvjetima rizika. Iako su njegove analize zbog kompleksnih matematičkih operacija morale čekati vrijeme kada će se moći primijeniti, taj je trenutak postao krucijalan za investitore i njihove portfelje koji su sastavljeni na principu diversifikacije. U to vrijeme bilo je teško provoditi sam izračun uz pomoć Markowitzevog modela jer nije postojao računalni program koji ga je mogao provoditi. Na važnost Markowitzeve moderne teorije ukazuje i Sajter (2017) koji naglašava kako je do pojave Markowitzeve moderne teorije portfelja investorima bio bitan samo prinos i kako se nitko do tada uopće nije bavio samim pojmom rizika. Upravo iz tog razloga Markowitzeva moderna teorija portfelja postala je važan temelj sustava upravljanja rizicima. Sama diversifikacija, koju svi najbolje shvaćaju kroz izraze kao što su „Ne stavljati sva jaja u istu košaru“, prema Van Hornu i Wachowiczu (2014), itekako može umanjiti rizik ako se provede smisleno. Markowitz (1952) u svom radu navodi jednu važnu konstataciju, diverzifikacija nikako ne može eliminirati sav rizik. To potvrđuju i Bodie, Kane i Marcus (2006) koji navode i kako je pogrešno razmišljati na način da se sakupljanjem što većeg broja vrijednosnica rizik uvijek umanjuje. Prema Orsagu (2011) se povećanjem broja vrijednosnica u portfelju rizik reducira, ali po padajućoj konveksnoj krivulji što je dokaz da umanjeње rizika uz pomoć diversifikacije usporava kako se povećava intenzitet diversifikacije. Prema Bestvini Bukvić (2012) upotreba ovog modela nije samo u utvrđivanju optimalnog portfelja vrijednosnica već kombinacije bilo kojih drugih rizičnih ulaganja. Pritom se osim u ovom kontekstu može koristiti i u investicijskom odlučivanju o provedbi kapitalnih ulaganja u različitim djelatnostima. Novak (1990) u svom radu također upućuje na bitne pretpostavke Markowitzevog modela, ali se dotiče i kritika vezanih uz model. Te kritike najviše se odnose na samo poimanje rizika i činjenicu da Markowitz rizik računa uz pomoć standardne devijacije. Jedna od također bitnih kritika jest već spomenuti opseg računanja koji se mora provesti kako bi se došlo do efikasnih portfelja.

3.1. Utjecaj rizika na kreiranje portfelja

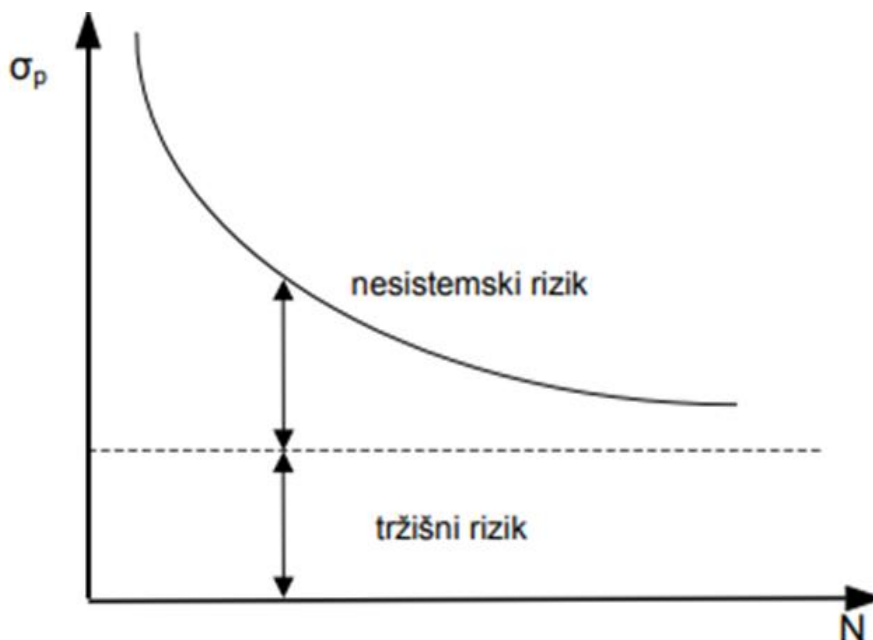
Prema Dekoviću, Žaji i Smiljčić (2017) svaki investitor se svakodnevno susreće sa rizikom. Koja će investicija za pojedinog investitora biti najbolji mogući izbor, ovisi o samom pojedincu. Sam odnos investitora prema riziku može se klasificirati u tri kategorije:

- averzija prema riziku,

- traženje rizika, i
- neutralnost prema riziku.

Perković (2011) navodi kako Markowitzev model pretpostavlja kako su investitori neskloni riziku, odnosno imaju averziju prema riziku, i kao takvi posebno brinu o rizičnosti ulaganja. Postoje mnogi oblici rizika. No, kada se govori o riziku nekog vrijednosnog papira, bitno je ukazati na njegove dvije komponente. Prema Jakšiću (2007) svaka vrijednosnica ima sistematski odnosno tržišni rizik i nesistematski odnosno specifični rizik (tzv. rizik tvrtke). Te dvije komponente prikazane su na Slici 1.

Slika 1. Komponente rizika



Izvor: Jakšić (2007:334).

Kako je već rečeno, diverzifikacijom se umanjuje rizik. Isto tako je rečeno kako diverzifikacija nikako ne može eliminirati sav rizik. Postavlja se pitanje koji se točno rizik umanjuje. Jakšić (2007) također navodi kako investitor treba biti svjestan da diverzifikacijom ne može umanjiti tržišni rizik pa kada imamo smisleno diverzificiran portfelj, tržišni rizik je jedini rizik koji ostaje.

Nesistematski rizik se može kvantificirati. Sajter (2017) navodi kako je standardna devijacija (σ) najčešće korištena mjera rizika koja prikazuje raspršenost oko prosjeka. Kako bi se izračunalo standardnu devijaciju potrebno je učiniti niz koraka:

1. Izračunati aritmetičku sredinu (μ)
2. Izračunati odstupanje prinosa od μ skupa
3. Kvadrirati sva ta odstupanja
4. Izračunati prosjek kvadriranih odstupanja od aritmetičke sredine. Broj elemenata skupa (u ovom slučaju prinosa) umanjuje se za 1 ukoliko se radi u uzorku iz populacije, a ne na temelju cijele populacije.

Prema Jerončiću i Aljinović (2011) sama ideja Markowitzevog modela zapravo je naći ravnotežu između prinosa s jedne strane i rizika s druge strane koji se mjeri standardnom devijacijom. To se postiže formiranjem portfelja koji kod određenog stupnja rizika donose najveće prinose odnosno portfelje koji za određen željeni prinos daje minimalni rizik. Pronalaženje efikasnih portfelja koji leže na granici efikasnosti upravo je ono što je sam cilj Markowitzevog modela. Pretpostavke koje moraju biti zadovoljene da bi se uspješno provela realizacija optimizacije su:

- Prinosi dionica su distribuirani po normalnoj distribuciji.
- Investitori žele maksimizirati profit.
- Investitori su racionalni i sukladno tome imaju averziju prema riziku.
- Investitori su dobro upućeni u sve važne informacije za donošenje odluka.

Kako navodi Jakšić (2007), kod portfelja investitor svoj izbor donosi na temelju izračuna dva važna parametra. Ti parametri su očekivani prinos i rizik. Na temelju njih određuje se optimalna kombinacija vrijednosnica određenog portfelja. Kako bi se proveo izračun prema Harryju Markowitzu potrebno je izračunati:

1. Očekivane prinose dionica i portfelja
2. Rizik svake dionice i rizik portfelja
3. Korelaciju i kovarijancu među dionicama

Prema Orsagu (2011) kada se želi formirati portfelj od dvije vrijednosnice, u ovom slučaju dionice, može ga se sastaviti na način da se kombinira njihove udjele u ukupnom portfelju. Tako se dobije niz portfelja od kojih treba odvojiti onaj koji je efikasan. Efikasan portfelj je

onaj koji dominira naspram svih drugih ponuđenih portfelja. Pretpostavka je da su investitori racionalni i da kao takvi neće odabrati portfelj koji je neefikasan već samo efikasne portfelje sa granice efikasnosti. Razlog tome je mogućnost određivanja najnižeg rizika portfelja. Postoji samo jedna kombinacija dviju dionica koje će minimizirati rizik ulaganja u takav portfelj. Sve druge kombinacije dionica koje imaju prinos koji je ispod tog najnižeg rizika su neefikasne. Koje je korake potrebno učiniti, prikazano je u nastavku.

3.2. Utvrđivanje efikasnog portfelja

Efikasan portfelj dobije se na način koji je prikazan na Slikama 2., 3. i 4. Postupak dobivanja objasniti će se kroz tri velika koraka. Računaju se:

1. Očekivani prinosi i rizici odabranih dionica

Slika 2. prikazuje prvi korak koji je potrebno učiniti kako bi se došlo do efikasnog portfelja.

Slika 2. Izračun očekivanih prinosa i rizika odabranih dionica

Vremensko razdoblje	Cijene dionica u kunama						Prinos dionice u %					
	Dionica A	Dionica B	Dionica C	Dionica D	Dionica E	Tržišni indeks	Dionica A	Dionica B	Dionica C	Dionica D	Dionica E	Tržišni indeks
Datum												
Datum							?	?	?	?	?	?
Datum							?	?	?	?	?	?
Datum							?	?	?	?	?	?
Datum							?	?	?	?	?	?
Datum							?	?	?	?	?	?
Prosječni prinos							?	?	?	?	?	?
Varijanca							?	?	?	?	?	?
Standardna devijacija							?	?	?	?	?	?

Izvor: izrada autora

Shemu izračuna u Excelu prikazana na Slici 2. prikazuje prvi korak koji obuhvaća izračun:

A. Prinosa u razdoblju ulaganja u dionice (HPR)

Bodie, Kane i Marcus (2006) očekivani prinos nazivaju nagradom za ulaganje. Kako bi se dobio iznos očekivanog prinosa pojedine dionice prvenstveno je potrebno izračunati prinos u razdoblju ulaganja u dionice (engl. *Holding Period Return – HPR*). Maričić i Maričić (2018) navode kako HPR pokazuje kako se mijenja vrijednost dionice kroz vrijeme. Bubalo, Zoričić i

Pecina (2022) računaju HPR na način da od krajnje cijene oduzmu početnu cijenu i uvećaju je za iznose dividendi te se taj iznos u konačnici podijeli sa početnom cijenom, prema formuli u nastavku:

$$HPR = \left(\frac{P_t - P_{t-1} + D}{P_{t-1}} \right) \quad (1)$$

gdje je P_t krajnja cijena, P_{t-1} početna cijena, D isplaćene dividende.

B. Očekivanog prinosa (\bar{R})

Nakon što se izračunaju mjesečni HPR-ovi, potrebno je izračunati njihov prosjek, odnosno aritmetičku sredinu. Bodie, Kane i Marcus (2006) u svojoj knjizi navode kako je aritmetička sredina zbroj prinosa svih razdoblja podijeljenih s ukupnim brojem razdoblja za koje su izračunati prinosi. Tako se dobije očekivani prinos dionice (\bar{R}).

$$\bar{R} = \frac{HPR_1 + HPR_2 + \dots + HPR_n}{n} \quad (2)$$

C. Varijance (σ^2)

Prema Van Horneu i Wachowiczu (2014) standardna devijacija se računa tek nakon što se izračuna varijanca. Izračun varijance opisuje sljedeća formula:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2 \quad (3)$$

gdje je N ukupni broj mogućnosti, R_i prinos za i -tu mogućnost, \bar{R} očekivani prinos.

D. Standardne devijacije (σ)

Bodie, Kane i Marcus (2006) u svojoj knjizi navode definiciju za standardnu devijaciju. Ona je disperzija jednog skupa podataka, u ovom slučaju prinosa u razdoblju ulaganja u dionice, od njegove srednje vrijednosti. Ona je kvadrirani korijen varijance. Kada se računa standardnu devijaciju, prema Van Horneu i Wachowiczu (2014) potrebno je uzeti u obzir njeno značenje. Što je standardna devijacija prinosa na vrijednosnicu veća, veći je i rizik investiranja i to upravo zbog većih odstupanja među prinosisima. Prema Dekoviću, Žaji i Smiljčić (2017), ako postoje raspoloživi povijesni podatci s tržišta kapitala o stopama prinosa odabranih dionica, a koristi

se samo dio (uzorak) podataka, standardna devijacija se može izračunati sljedećom jednadžbom:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (4)$$

ili

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R - \bar{R})^2}{n - 1}} \quad (5)$$

2. Korelacija između dobivenih prinosa

Budući da je korelacija prinosa neke investicije iznimno bitna, na to ukazuje i Orsag (2011) navodeći dvije ključne mjere korelacije. Te ključne mjere su:

- Kovarijanca
- Koeficijent korelacije

Slika 3. prikazuje drugi korak dobivanja efikasnog portfelja.

Slika 3. Izračun korelacije između dobivenih prinosa

MATRICA KOVARIJANCI PRINOSA NA TEMELJU UZORKA						
	Dionica A	Dionica B	Dionica C	Dionica D	Dionica E	Tržišni indeks
Dionica A	?					
Dionica B	?	?				
Dionica C	?	?	?			
Dionica D	?	?	?	?		
Dionica E	?	?	?	?	?	
Tržišni indeks	?	?	?	?	?	?

MATRICA KOEFICIJENATA KORELACIJE PRINOSA						
	Dionica A	Dionica B	Dionica C	Dionica D	Dionica E	Tržišni indeks
Dionica A	?					
Dionica B	?	?				
Dionica C	?	?	?			
Dionica D	?	?	?	?		
Dionica E	?	?	?	?	?	
Tržišni indeks	?	?	?	?	?	?

Izvor: izrada autora

Kako se vidi na Slici 3. drugi korak obuhvaća izračun:

A. Kovarijance (Cov)

Bodie, Kane i Marcus (2006) navode kako je prvo važno razjasniti pojam kovarijance (Cov) kako bi se moglo raspravljati o korelacijskom koeficijentu. Kovarijanca je prosjek umnoška odstupanja i računa se slično kao varijanca, ali se ne računaju odstupanja stvarnog prinosa od očekivanog prinosa već se računa varijabilnost prinosa dviju imovina, odnosno kako se oni kreću u odnosu jedan na drugi. Prema Sajteru (2017), za razliku od varijance koja prikazuje oscilacije jedne varijable, kovarijanca prikazuje koliko se dvije varijable mijenjaju međusobno:

$$Cov_{A,B} = \frac{\sum(R_A - \bar{R}_A)(R_B - \bar{R}_B)}{n - 1} \quad (6)$$

gdje je $(R_A - \bar{R}_A)$ odstupanje prinosa dionice A od očekivanog prinosa, $(R_B - \bar{R}_B)$ odstupanje prinosa dionice B od očekivanog prinosa, n-1 broj mogućnosti umanjen za jedan ukoliko se izračun radi na uzorku iz populacije. Prema Orsagu (2011) kovarijanca prinosa istih vrijednosnica jednaka je varijanci.

B. Koeficijenta korelacije (ρ)

Bodie, Kane i Marcus (2006) navode kako se kovarijanca sama po sebi teško interpretira pa se za bolju interpretaciju dobivenih rezultata računa koeficijent korelacije (ρ). Orsag (2011) navodi kako je koeficijent korelacije relativna mjera usklađenosti ili neusklađenosti međusobnog kretanja dviju varijabli, koja prikazuje odnos između kovarijance dvaju dionica i umnoška standardnih devijacija tih dionica:

$$\rho_{A,B} = \frac{cov(r_A, r_B)}{\sigma_{rA}\sigma_{rB}} \quad (7)$$

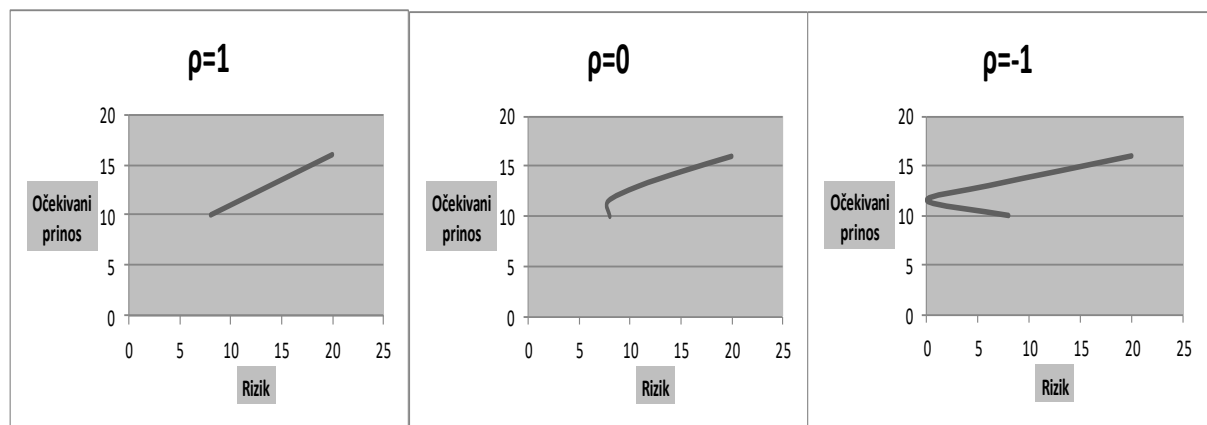
gdje je $cov(r_A, r_B)$ kovarijanca dionica A i B, σ_{rA} standardna devijacija dionice A i σ_{rB} standardna devijacija dionice B.

Prema Orsagu (2011) koeficijent korelacije pokazuje odnos kretanja između dva prinosa na dionice. Oni se kreću u rasponu od -1 do +1, što znači da kada se odredi koeficijent korelacije, može se prosuđivati o redukciji rizika. Savršeno negativna korelacija označava suprotno kretanje prinosa dviju imovina i poprima vrijednost -1. U ovom slučaju rizik je moguće ekstremno reducirati. Obrnuto od toga je savršeno pozitivna korelacija s vrijednošću +1.

Ukoliko je takav koeficijent korelacije između prinosa na dvije dionice, rizik je nemoguće reducirati, pa se stoga u takvim situacijama ne može govoriti o efikasnim portfeljima. Korelacija 0 označava nepostojanje ikakve veze između prinosa dviju imovina, ali ona omogućuje reduciranje rizika. Što se prinosi više približavaju negativnoj savršenoj korelaciji, mogućnost redukcije rizika se povećava. Ukoliko postoji pozitivna korelacija i jedna dionica ostvari porast ili pad prinosa, ostvarit će ga i druga. Ukoliko postoji negativna korelacija i jedna dionica ostvari porast ili pad prinosa, druga dionica će reagirati sasvim suprotno.

Kako bi trebali izgledati odnosi prinosa i rizika portfelja uz određen koeficijent korelacije prikazano je na Slici 4.

Slika 4. Ilustracija mogućih odnosa prinosa i rizika portfelja s određenim koeficijentima korelacije



Izvor: izrada autora prema Orsag (2011:429).

Ukoliko unesemo očekivane prinose i standardne devijacije te dobijemo ravnu liniju na grafikonu, rizik je nemoguće reducirati. Situacija je suprotna ukoliko je ta krivulja zaobljena.

Važno je spomenuti još jedan bitan pojam - mjerenje tržišnog rizika. Prema Karačiću i Bestvini Bukvić (2014) beta koeficijent je najčešće korištena mjera sustavnog rizika. Beta koeficijent se izračunava kao odnos kovarijance prinosa jedne vrijednosnice u odnosu na varijancu cjelokupnog tržišta (Bestvina Bukvić, Kantor i Bukvić Buljubašić, 2009). Kako se sistematski rizik ne može ocijeniti preko samo jednog čimbenika, kod ovakvih izračuna koriste se tržišni indeksi. U ovom slučaju to je CROBEX. Prema Orsagu (2011) ako je beta koeficijent veći od 1, prinos dionice će se mijenjati brže od prinosa cjelokupnog tržišta, a ako je manji od 1, mijenjat će se sporije. U slučaju da je beta koeficijent 1, to znači da se prinosi dionica i tržišta kreću proporcionalno. Negativan koeficijent ukazuje na to kako se prinosi dionica kreću u

suprotnom smjeru u odnosu na prinose tržišta. Džaja i Aljinović (2013) u svom radu navode formulu za izračun beta koeficijenta:

$$\beta_d = \frac{\text{cov}(k_d, k_M)}{\sigma_M} \quad (8)$$

gdje je $\text{cov}(k_d, k_M)$ kovarijanca prinosa dionice i tržišta, a σ_M je varijanca prinosa cijelog tržišta.

3. Očekivani prinos i rizik svih mogućih portfelja sastavljenih od raznih kombinacija odabranih dionica.

„Svaki racionalni investitor birat će isključivo portfolije s efikasne granice jer mu oni obećavaju najpovoljniju kombinaciju prinosa i rizika.“ (Orsag, 2011:434)

Kako je već ranije rečeno, efikasan portfelj postoji uvijek, osim u slučaju kada je koeficijent korelacije 1. Orsag (2011) navodi kako postoji ona jedna kombinacija koja može minimizirati rizik ulaganja u određeni portfelj. Odgovor na pitanje koje dvije dionice ukomponirane u portfelj daju portfelj s najnižom minimalnom devijacijom među svim portfeljima s minimalnim standardnim devijacijama dati će se u daljnjim pojašnjenjima. Ukoliko kombinacije dionica imaju očekivani prinos koji je niži od prinosa koji mogu ostvariti uz najniži rizik, ti portfelji su neefikasni. Kako je efikasna granica sačinjena od portfelja koji obećavaju najpovoljniju kombinaciju prinosa i rizika, ona prikazuje one kombinacije investicija koje za određene prinose imaju najmanje standardne devijacije odnosno najniži rizik ili, drugim riječima, efikasna granica prikazuje one kombinacije vrijednosnica koje uz određen rizik imaju najveće prinose. Bodie, Kane i Marcus (2006) ukazuju na to kako većinom investitori izabiru portfelje za koje se kaže da su sjeverozapadno od portfelja s minimalnom varijancom. Oni portfelji koji se nalaze ispod portfelja s minimalnom varijancom su nepoželjni i neefikasni jer za istu razinu rizika daju niže prinose. Odgovor na pitanje koji će portfelj s efikasne granice pojedini investitor odabrati ipak je individualne prirode i ovisi o željama ulagača.

Slika 5. prikazuje treći korak, koji je ujedno i posljednji korak, koji je potrebno učiniti kako bi se dobio efikasan portfelj.

Slika 5. Izračun očekivanih prinosa i rizika mogućih portfelja

NIZ INVESTICIJSKIH MOGUĆNOSTI ZA DIONICE A I B				
Ulazni podaci				
r_A	r_B	σ_A	σ_B	ρ_{A-B}
Ponderi portfelja		Očekivani prinos		St.devijacija
?	?		?	?
?	?		?	?
?	?		?	?
?	?		?	?
?	?		?	?
?	?		?	?
?	?		?	?
?	?		?	?
?	?		?	?
?	?		?	?
?	?		?	?
?	?		?	?
?	?		?	?
Ponder dionice A u portfelju s minimalnom varijancom				
w_A	?			
Minimalna standardna devijacija				?
Minimalna varijanca				?

Izvor: izrada autora

Kako se vidi na spomenutoj Slici 5., potrebno je odrediti i izračunati:

A. Pondere portfelja (w)

Prema Van Horneu i Wachowiczu (2014) ponderi su ništa drugo već udjeli svake odabrane vrijednosnice u portfelju.

B. Očekivani prinos na portfelj (\bar{R}_p)

Van Horneu i Wachowiczu (2014) definiraju očekivani prinos kao ponderirani prosjek svih očekivanih prinosa svih vrijednosnica od kojih se sastoji taj portfelj. Računa se na sljedeći način:

$$\bar{R}_p = \sum_{j=1}^m W_j \bar{R}_j \quad (9)$$

gdje je \bar{R}_p očekivana vrijednost portfelja, W_j vrijednosni udjel j-ote dionice, \bar{R}_j očekivana vrijednost j-ote dionice, j pojedinačna investicija (dionica), a m ukupan broj dionica u portfelju.

C. Rizik portfelja (σ)

Nakon toga potrebno je izračunati standardnu devijaciju svakog od tih portfelja. Bodie, Kane i Marcus (2006) navode da se standardna devijacija prinosa portfelja računa na način da se izvadi korijen varijance, no s jednom velikom razlikom koja se ne koristi u izračunu standardne devijacije prinosa pojedine vrijednosnice. Ta razlika se odnosi na uzimanje u obzir koeficijenta korelacije (ρ) pa je formula sljedeća:

$$\sigma = \sqrt{(w_a\sigma_a)^2 + (w_b\sigma_b)^2 + 2(w_a\sigma_a)(w_b\sigma_b)\rho_{ab}} \quad (10)$$

gdje je w_a vrijednosni udjel dionice a, σ_a standardna devijacija dionice a, w_b vrijednosni udio dionice b, σ_b standardna devijacija dionice b, a ρ_{ab} koeficijent korelacije između dionice a i b.

D. Ponder dionice u portfelju s minimalnom varijancom (w_{Amin})

Razumno je zapitati se koliko bi trebao iznositi ponder neke dionice A kako bi se dobio portfelj s minimalnom varijancom. Drugim riječima rečeno, koliki bi trebao biti udio dionice A u tom portfelju kako bi se minimizirao rizik. Dodatni način zaštite od rizika upravo je ovo određivanje minimalne varijance portfelja, odnosno određivanje pondera određene dionice u portfelju pri kojem portfelj ima minimalnu varijancu. Razumno je i postaviti pitanje, ukoliko se izračuna potrebni udio određene dionice u portfelju, znači li to da je taj portfelj racionalan izbor za investitora. Odgovor na to pitanje je individualne prirode i ovisi o preferencijama ulagača. Poznato je kako dionica koja nudi veći prinos ima i veći rizik, pa odluka ovisi o samom investitoru. Bodie, Kane i Marcus (2006) u svojoj knjizi navode formulu za izračun tog pondera pojedine dionice u portfelju s minimalnom varijancom:

$$w_A(\min) = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A\sigma_B\rho_{A,B}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A\sigma_B\rho_{A,B}} \quad (11)$$

gdje su σ_B^2 varijanca dionice B, σ_A^2 varijanca dionice A, σ_A standardna devijacija dionice A, σ_B standardna devijacija dionice B, a $\rho_{A,B}$ koeficijent korelacije između dionica A i B.

Bodie, Kane i Marcus (2006) navode kako su ulaganja u dionice najrizičnija ulaganja, stoga je vrlo važno alocirati imovinu, odnosno izgraditi portfelje od različitih vrsta imovine. Neka se

pretpostavi da je investitor odlučio u svoj portfelj uključiti i nerizičnu imovinu, npr. neki trezorski zapis i da je bezrizični prinos na trezorski zapis 1,4 %. Pravac koji će pokazati moguće kombinacije prinosa i rizika takvih portfelja naziva se pravac alokacije kapitala (CAL, engl. *capital allocation line*) i njegov nagib pokazuje odnos nagrade i varijabilnosti:

$$S = \frac{\bar{R}_p - r_f}{\sigma_p} \quad (12)$$

gdje je S nagib pravca CAL, \bar{R}_p očekivani prinos portfelja, r_f bezrizična stopa i σ_p rizik portfelja.

Bodie, Kane i Marcus (2006) govore da odabir CAL-a ovisi prvenstveno o investitorovu odnosu prema riziku. Oni ulagači koji imaju averziju prema riziku odabrat će CAL koji ima manje strm nagib i samim time i manji odnos nagrade i varijabilnosti. Važno je naglasiti da optimalni rizični portfelj ima najveće prinose po jedinici rizika, i on je većinom odabir ulagača koji nisu konzervativni po pitanju rizika. Koji će portfelj odabrati i kako će alocirati sredstva u rizičnu i nerizičnu imovinu, također ovisi o preferencijama samog ulagača.

4. TRŽIŠTE KAPITALA U REPUBLICI HRVATSKOJ

Kako je već ranije rečeno, optimizacija portfelja odabranih dionica Zagrebačke burze izvršit će se uz pomoć portfolio analize u skladu s postavkama teorije Harryja Markowitza (1952). Prvo će se dati osnovni pregled tržišta kapitala u Republici Hrvatskoj i odabranih dionica za analizu te zatim krenuti u izradu postupka optimizacije portfelja uz pomoć programa Microsoft Excel. U nastavku rada u slikama će biti prikazan način kako se provodio izračun. Prema Dabiću i Penavinu (2009), tržište kapitala se može promatrati kao portfolio svih vrijednosnih papira koji na njemu kotiraju, stoga ne iznenađuje činjenica kako je ono puno specifičnije od ostalih tržišta. Nepobitno je, da ono što ga čini toliko različitim od ostalih tržišta, definitivno je trgovanje vrijednosnicama. Vrijednosni papiri su karakteristični po svojoj visokoj volatilnosti u kretanju cijena, pa paralelno s time utječu na povećanu neizvjesnost investitora prilikom trgovanja na takvom tržištu.

Alajbeg i Bubaš (2001) navode kako postoji više podjela tržišta kapitala. Ono može biti:

1. Primarno (emisijsko tržište) gdje se vrijednosnice prodaju po prvi puta i sekundarno (transakcijsko tržište) gdje investitori preprodaju vrijednosnice
2. Tržište vlasničkih vrijednosnica (dionica) i dužničkih vrijednosnica (obveznica)
3. Nacionalno (domaće) i međunarodno tržište kapitala
4. Neorganizirano (sivo tržište) i organizirano (burze i OTC tržišta)

U ovom radu detaljno će se obraditi nacionalno organizirano sekundarno tržište kapitala. Odnosno, nacionalno organizirano sekundarno tržište vlasničkih vrijednosnica.

Hrvatska agencija za nadzor financijskih usluga (2019) u svojoj brošuri navodi sudionike tržišta kapitala:

- ulagatelji u financijske instrumente,
- izdavatelji vrijednosnih papira i ostalih financijskih instrumenata,
- posrednici (kreditne institucije, investicijska društva...),
- Središnje klirinško deponitarno društvo d.d. (SKDD),
- Zagrebačka burza d.d. Zagreb (engl. *Zagreb Stock Exchange*, ZSE).

Kako navodi Jakšić (2007), tržište kapitala u Republici Hrvatskoj jedno duže razdoblje od svog osnivanja bilo je poprilično nerazvijeno i na njemu se rijetko provodila portfolio analiza. Stoga

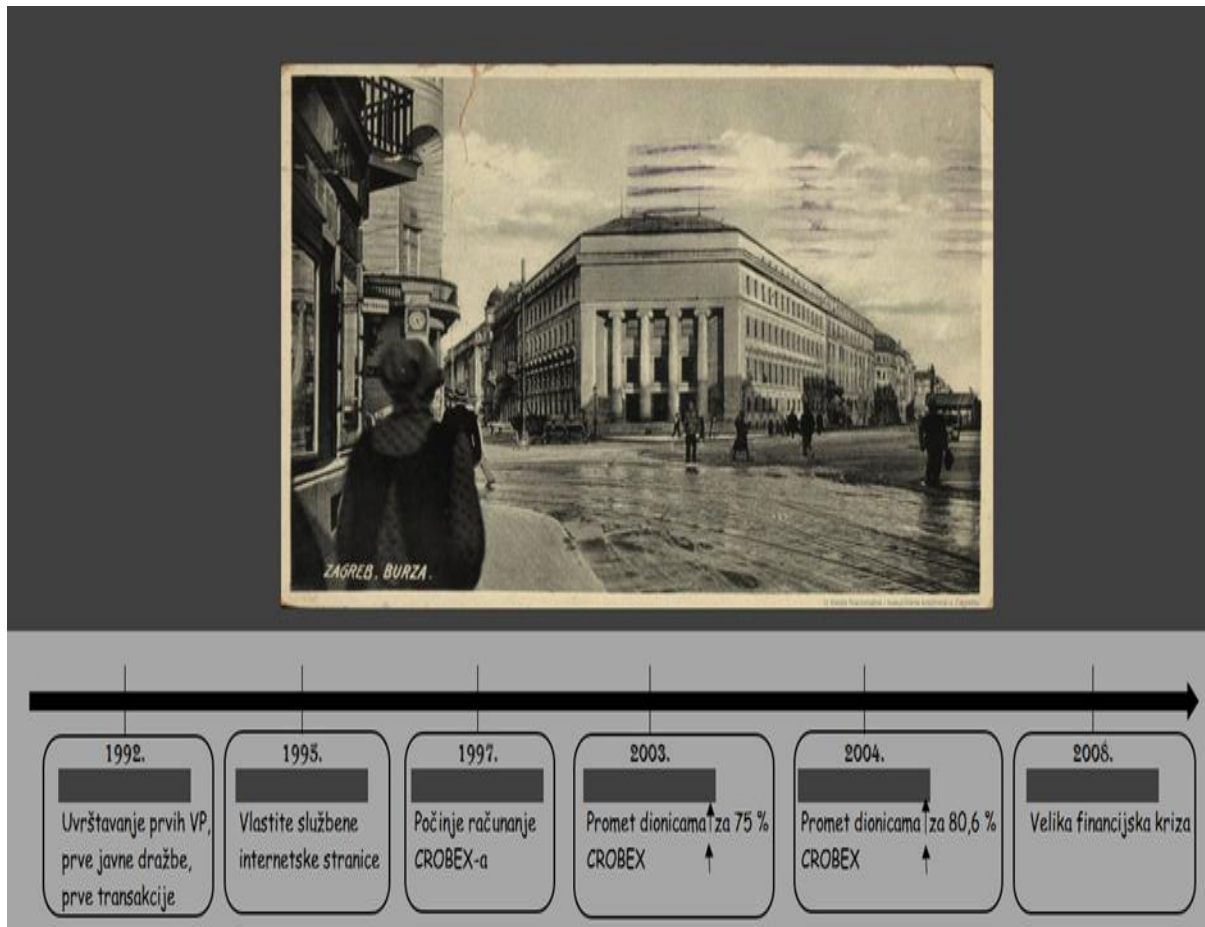
se rijetko nalaze slučajevi takve analize na domaćem tržištu kapitala. Situacija se bitno promijenila 25. srpnja 2002. godine kada je donesen Zakon o tržištu vrijednosnih papira. Tim Zakonom su dionička društva „prisiljena“ izići na burzu čime se osiguralo povećanje ponude vrijednosnih papira pa samim time i ulazak snažnijih investitora. Bendeković (2000) objašnjava kako su 90-te godine Hrvatskoj donijele tržišno vrednovanje poslovnih pohvata, ali su tada pojmovi rizika i povrata još uvijek bili nepoznanica u hrvatskom gospodarstvu. Stoga ne iznenađuje činjenica rijetkog provođenja portfolio analize.

Altaras Penda (2019) ističe kako je Zagrebačka burza jedino domaće uređeno tržište kapitala. Ona je suma očekivanja svih prethodno navedenih sudionika tržišta kapitala, bili oni pozitivni ili negativni. Prema njemu povijesne cijene svakog vrijednosnog papira govore o samom vrijednosnom papiru, investitorima koji s njim trguju i naravno o samom tržištu na kojem se s njim trguje. S druge strane, po njemu, burzovni indeksi postaju pokazatelji šireg sentimenta tržišta. Zagrebačka burza (2022) upravlja trgovanjem na uređenom tržištu čiji su segmenti:

- vodeće tržište kao najzahtjevniji tržišni segment koje pred izdavatelje stavlja mnogo veće zahtjeve od preostala dva segmenta,
- službeno tržište i
- redovito tržište.

Zagrebačka burza (2022) na svojoj službenoj stranici ističe kako neformalno postoji od 15. lipnja 1907. godine, tada u sklopu Trgovačke komore pod nazivom „Sekcija za promet efektima i robom“. Burza je djelovala do 1911. godine dok njen rad nije zaustavila tada vladajuća koalicija. Tijekom 1917. godine opet otvorila svoja vrata pod imenom Zagrebačka burza za robu i vrednote. Iza toga je slijedio niz uspješnih godina za Zagrebačku burzu, unatoč njenom ponovnom zatvaranju 1945. godine. Kao špekulantska ustanova nije bila poželjna u tadašnjem društvu, te je njen arhiv u većini bio uništen. Od 1991. godine Zagrebačka burza aktivno djeluje pod nazivom Zagrebačko tržište kapitala (ZTK). Izgled burze u prošlosti i neki značajni događaji prikazani su na Slici 6.

Slika 6. Povijest Zagrebačke burze

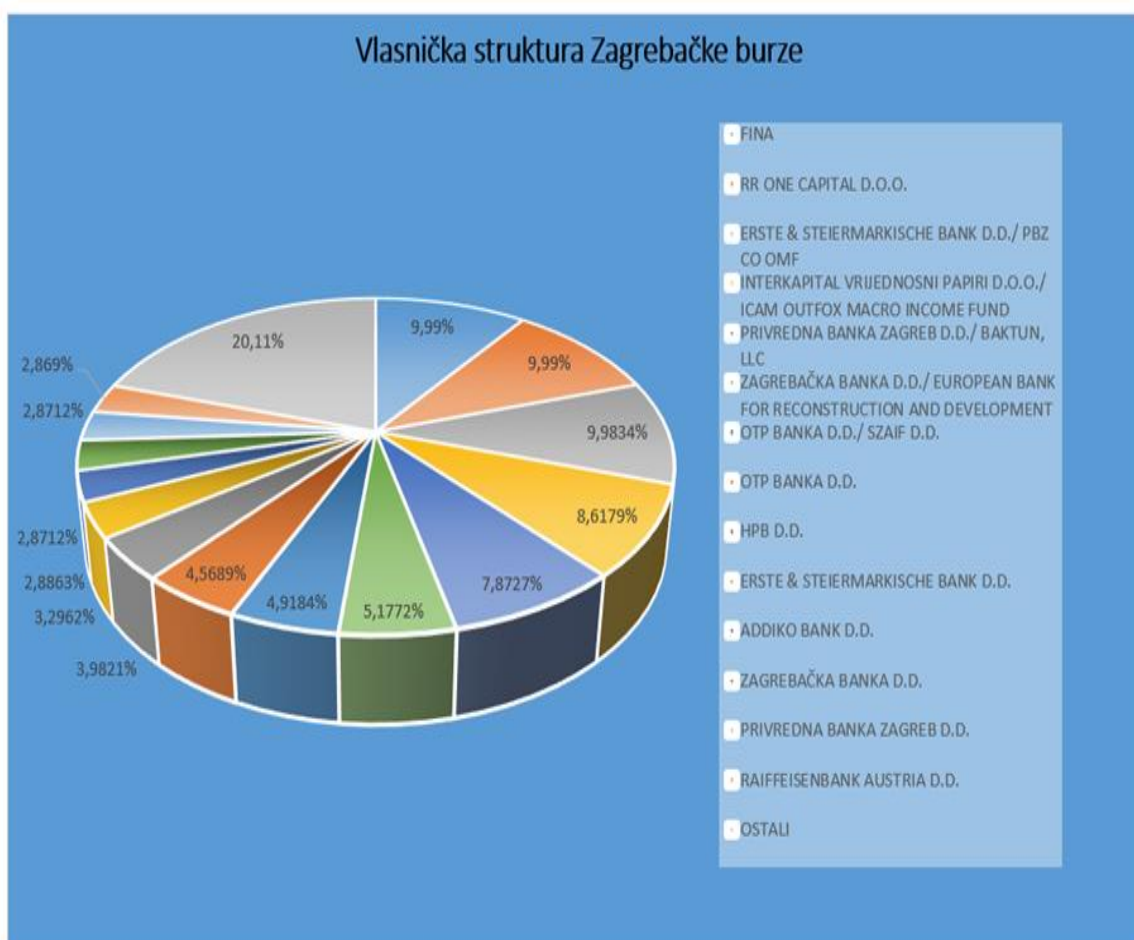


Izvor: izrada autora na temelju podataka sa Zagrebačke burze (2022)

Kako pokazuje Slika 6., devedesetih godina na burzu se uvrštavaju prvi vrijednosni papiri, objavljuju javne dražbe i obavljaju prve transakcije. Iako se tada moglo trgovati samo jednim papirom u određenom trenutku i to fizičkom prisutnošću brokera, Zagrebačka burza bila je prva u Europi koja je imala vlastite službene internetske stranice. Do 1997. godine burza je imala 51 člana. Prvi dionički indeks burze CROBEX (engl. *Croatian Bourse Equity Indeks*) nastao je 1. rujna 1997. godine i od tada njegova vrijednost samo raste. Ista stvar je bila i sa vrijednošću dionica. Promet dionicama 2003. godine bio je veći za 75 % u usporedbi s prethodnom godinom, sljedeće godine promet dionicama porastao je za 80,6 %, dvije godine iza toga dosegao je ukupni promet dionicama za prethodnih pet godina. CROBEX također raste svih tih godina. To razdoblje prosperiteta trajalo je od 2004. pa sve do 2008. godine, odnosno do velike financijske krize. Za to vrijeme, točnije 2006. godine, burza se spaja s Varaždinskim tržištem vrijednosnica. Nakon te velike krize burza se počela oporavljati tek 2010. godine. Prema Zagrebačkoj burzi (2022), u vlasničkoj strukturi Zagrebačke burze na dan 30. prosinca

2022. godine, zabilježeno je 199 dioničara, pravnih i fizičkih osoba. Vlasnička struktura se često mijenja. U 2022. godini u vlasničkoj strukturi Zagrebačke burze d.d. zabilježeno je od 187 do 203 dioničara, ovisno o promatranom mjesecu. Slika 7. prikazuje najveće postotne udjele dioničara u temeljnom kapitalu burze za prosinac 2022. godine.

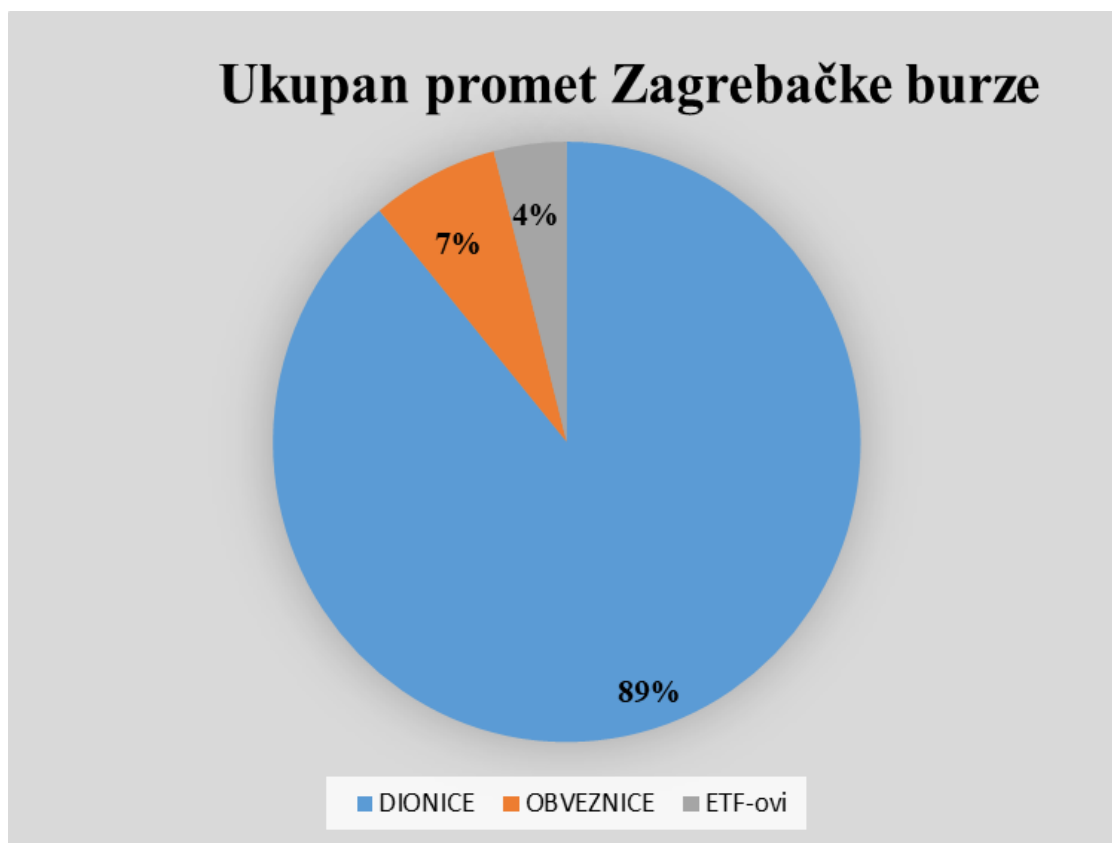
Slika 7. Vlasnička struktura Zagrebačke burze



Izvor: izrada autora prema Zagrebačkoj burzi (2022)

Najveći udio u temeljnom kapitalu Zagrebačke burze imaju pravne osobe kao što su FINA, Privredna banka d.d., Zagrebačka banka d.d., Addiko banka d.d. i ostali. Prema Dabiću i Penavinu (2009) vlasnička struktura se itekako promijenila u odnosu na 1991. godinu kada su vlasnici Zagrebačke burze bile samo pravne osobe i to 25 banaka i 2 osiguravajuće kuće. Promet na Zagrebačkoj burzi u prosincu 2022. godine, prema Zagrebačkoj burzi (2022), iznosio je 2,95 milijardi kuna, a najveći dio tog prometa čini promet dionicama. Slika 8. prikazuje njihov udio u ukupnom prometu.

Slika 8. Ukupni promet na Zagrebačkoj burzi u prosincu 2022



Izvor: izrada autora prema Zagrebačkoj burzi (2022)

Promet dionicama tijekom 2022. godine iznosio je 1,71 milijardu kuna i činio 89 % ukupne trgovine unutar knjige ponuda na Zagrebačkoj burzi. U to vrijeme na Zagrebačkoj burzi uvrštene su 92 dionice, 43 dionice sa porastom cijena, 44 sa padom cijena i 5 dionica koje su bile bez promjene cijene.

5. OPTIMIZACIJA PORTFELJA ODABRANIH DIONICA ZAGREBAČKE BURZE

Za ovaj postupak optimizacije izabrano je pet dionica. Podaci preuzeti sa Zagrebačke burze su podaci o pet poduzeća sa sjedištima na prostoru slavonskih županija. CROBEX će se koristiti u analizi kao nezavisna varijabla. Razdoblje promatranja je od 1. veljače 2017. do 1. veljače 2022. godine, odnosno obuhvaća razdoblje od pet godina. Tablica 1. prikazuje odabrane tvrtke čije se dionice analiziraju.

Tablica 1. Odabrane dionice za portfelj

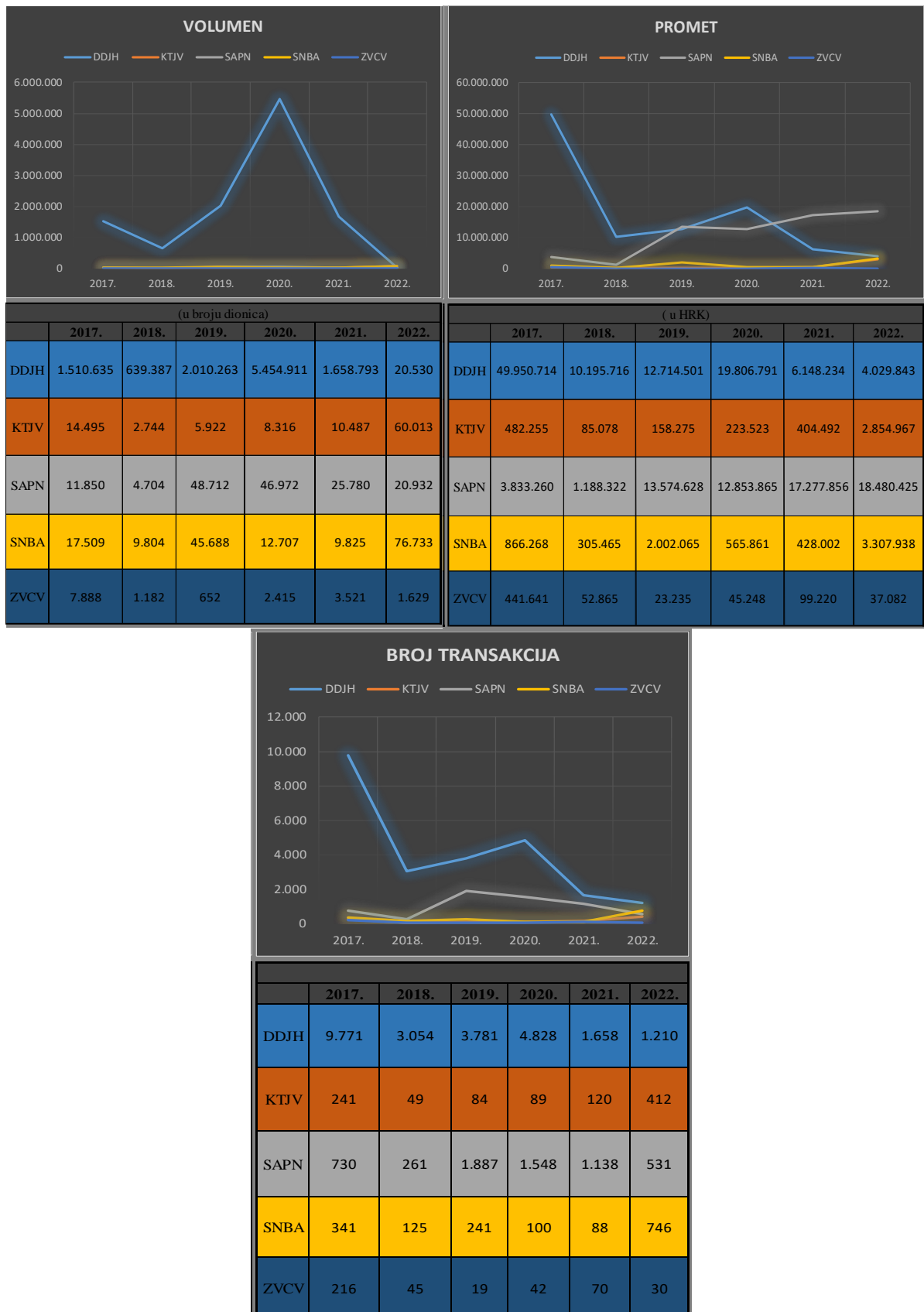
Redni broj	Simbol	Dioničko društvo	Sektorska klasifikacija
1.	DDJH	ĐURO ĐAKOVIĆ GRUPA d.d.	MA – Pravne, računovodstvene, upravljačke, arhitektonske djelatnosti i inženjerstvo te tehničko ispitivanje i analiza
2.	KTJV	KUTJEVO d.d.	A – Poljoprivreda, šumarstvo i ribarstvo
3.	SAPN	SAPONIA d.d.	CE – Proizvodnja kemikalija i kemijskih proizvoda
4.	SNBA	SLATINSKA BANKA d.d.	K – Financijske djelatnosti i djelatnosti osiguranja
5.	ZVCV	ZVEČEVO d.d.	CA – Proizvodnja prehrambenih proizvoda, pića i duhanskih proizvoda

Izvor: izrada autora na temelju podataka sa Zagrebačke burze (2022)

Đuro Đaković grupa d.d. (DDJH), Kutjevo d.d. (KTJV), Saponija d.d. (SAPN), Slatinska banka d.d. (SNBA) i Zvečevo d.d. (ZVCV) su odabrane tvrtke koje se nalaze u Slavoniji, te su odabrane iz različitih sektora djelatnosti kako bi se dobio dodatni efekt sektorske diversifikacije.

Volumen, promet i broj transakcija odabranih dionica na Zagrebačkoj burzi vidljiv je na Slici 9. u nastavku.

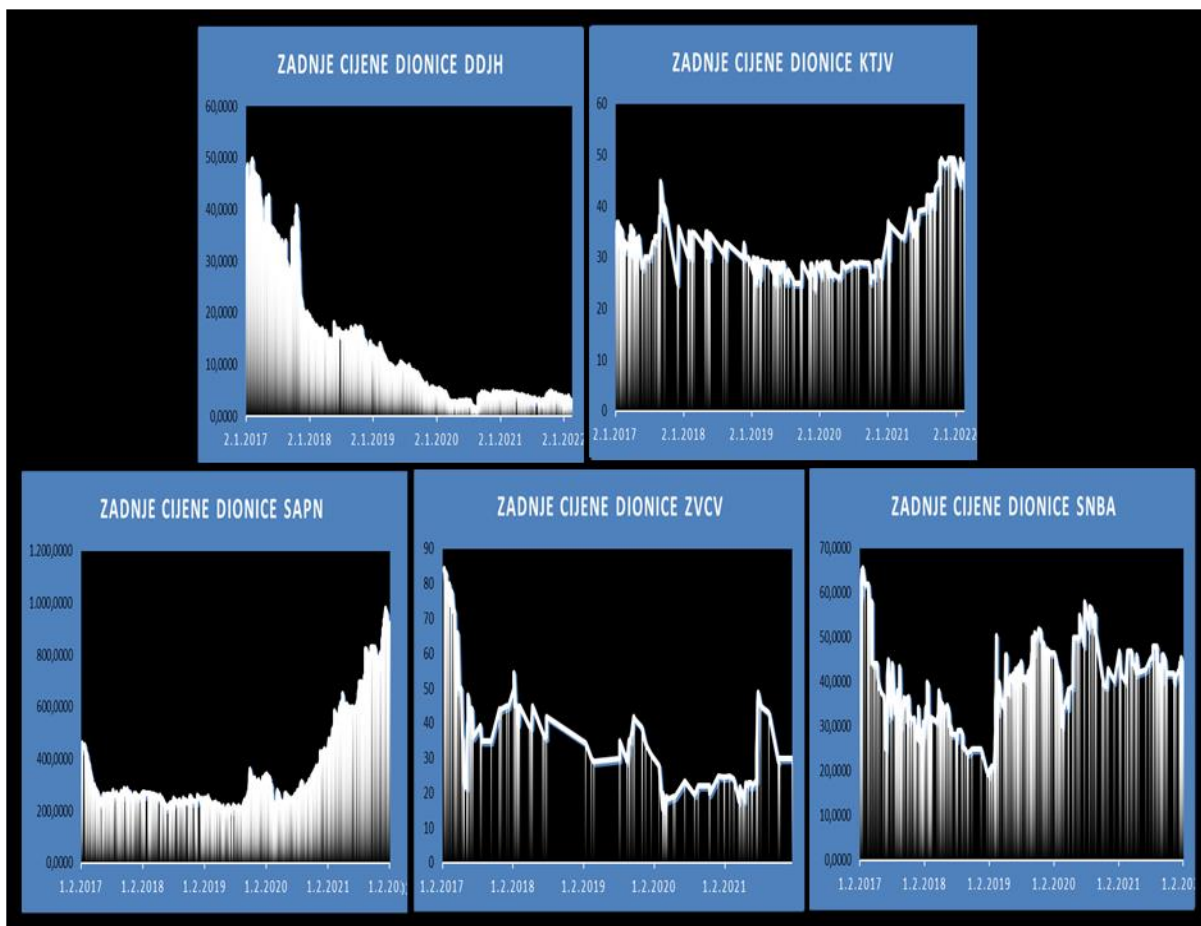
Slika 9. Volumen, promet i broj transakcija odabranih dionica



Izvor: izrada autora na temelju podataka sa Zagrebačke burze (2022)

Najveći volumen između odabranih dionica u promatranom razdoblju ima dionica DDJH, i iako on opada zadnje dvije godine, vidljivo je koliko je veći u odnosu na druge dionice. S druge strane, promet i sam broj transakcija dionice DDJH opada u odnosu na prvu promatranu godinu, ali je i dalje poprilično veći u odnosu na promet i broj transakcija drugih dionica. Jedini veći promet, od dionice DDJH, ima dionica SAPN i to zadnje dvije analizirane godine. Zagrebačka burza (2022) objavljuje godišnja izvješća u kojima navodi top 10 dionica sa najvećim prometom, najvećim padom cijena dionica i najvećim rastom cijena dionica. Nijedna od odabranih dionica, u ovih pet analiziranih godina, nije imala najveći promet među deset najvećih prometa trgovanja dionicama. U top 10 dionica s najvećim smanjenjem cijena dionica, Zagrebačka burza uvrštava dionicu DDJH jer joj 2019. godine cijena pada za 59,36 %, 2021. godine za 50,12 %, te 2022. godine za 29,58 %. Dionica SNBA uvrštena je 2019. godine u top 10 dionica s najvećim rastom cijena od 88 %, a dionica SAPN 2021. godine zbog rasta cijene za 119,63 %. Slika 10. prikazuje kretanje zadnjih cijena odabranih dionica.

Slika 10. Zadnje cijene dionica u kunama

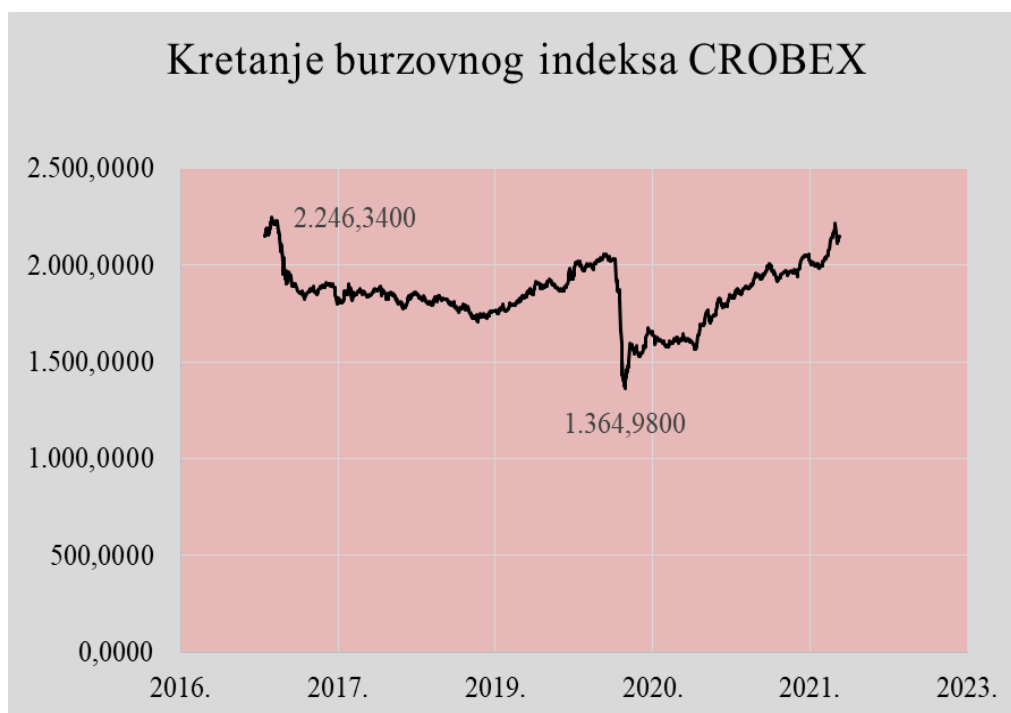


Izvor: izrada autora na temelju podataka sa Zagrebačke burze (2022)

Kretanje zadnjih cijena dionica u promatranom razdoblju prikazano je na navedenoj slici. Iz nje se može očitati učestalost promjene cijena za svaku odabranu dionicu. Vidljivo je da su kod nekih dionica poput dionice DDJH tijekom promatranih pet godina cijene značajno varirale, dok su druge tijekom istog razdoblja bilježile nešto manje oscilacije. Upravo ove varijacije ukazuju na razinu rizika promatranih dionica. Primjenom metodologije prikazane u poglavlju 3. ovi podaci omogućuju investitorima usporedbu među promatranim dionicama i olakšava odabir investicijskog portfelja.

Dabić i Penavin (2009) u svom radu navode, kako sav taj porast i pad cijene vrijednosnih papira, zahtijeva napore kako bi se formirao efikasan sustav koji će informirati sve sudionike tržišta kapitala kada je pravo vrijeme za njihovu transakciju. Osnovni pokazatelji, koji ukazuju na stanje tržišta kapitala, su tržišni indeksi. Indeks predstavlja varijacije u kretanju tržišta, a izvodi se iz određenog broja vodećih dionica koje čine sastavni dio tog indeksa. Prema Zagrebačkoj burzi (2022) u sastav CROBEX-a ulazi najmanje 15 a najviše 25 dionica. Kako je već prije rečeno, utemeljen je 2007. godine, a njegova početna vrijednost iznosila je 1.000,00 bodova. U sastavu CROBEX-a, od odabranih dionica, jedino se nalazi dionica Kutjeva d.d. Slika 11. prikazuje kretanje burzovnog indeksa CROBEX za vrijeme promatranog razdoblja.

Slika 11. Kretanje burzovnog indeksa CROBEX



Izvor: izrada autora na temelju podataka sa Zagrebačke burze (2022)

Na slici je vidljivo kako je u odabranom razdoblju indeksu CROBEX najviša vrijednost iznosila 2.246,34 bodova 2017. godine, a najniža 1.364,98 bodova 2020. godine. Prema Anđelinoviću, Pavković i Šegović (2021) pad indeksa 2020. godine uzrokovala je pandemija COVID-19. Velik broj zemalja odabire stopirati gospodarstvo, što je na koncu dovelo do pada vrijednosti indeksa diljem svijeta.

5.1. Izračun očekivanih prinosa i rizika dionica

Kako je već navedeno, postupak optimizacije provodi se kroz nekoliko koraka. Prvi korak obuhvaća izračun HPR-ova, očekivanih prinosa i standardnih devijacija odabranih dionica. Kako bi to bilo moguće, preuzeti su sa internetskih stranica Zagrebačke burze svi povijesni podatci o tržišnim cijenama dionica i to za razdoblje od pet godina. Odabran je datum na koji su se preuzeli potrebni mjesečni podaci o zadnjim cijenama dionice. Ukoliko na taj datum nije bilo trgovanja, cijene neće biti iskazane, stoga je preuzeta cijena dionice koja je najbliže u prošlosti datumu koji je odabran. Preuzeti podaci za zadnje cijene dionica i vrijednosti tržišnog indeksa prikazani su na Slici 12.

Kako su podaci posloženi kronološki vidljivo je kojim dionicama opada cijena, a čije cijene rastu. Dionice DDJH, SNBA i ZVCV u mnogo su nepovoljnijoj situaciji od dionica KTJV i SAPN. S druge strane CROBEX je skoro na istom mjestu u veljači 2022. godine kao što je bio i pred pet godina.

Slika 12. Ulazni podaci

Vremensko razdoblje	Cijene dionica u kunama					
	DDJH	KTJV	SNBA	ZVCV	SAPN	CROBEX
1.2.2017	49,03	35,03	57,68	83,05	435,00	2151,72
1.3.2017	46,52	32,87	62,00	80,00	384,97	2206,95
1.4.2017	38,93	30,54	58,15	71,97	325,50	1989,27
1.5.2017	41,20	31,09	44,06	50,00	267,01	1901,87
1.6.2017	35,63	28,20	38,46	22,01	245,00	1848,42
1.7.2017	34,34	30,00	31,14	44,00	264,00	1865,57
1.8.2017	32,00	34,10	32,50	36,00	250,00	1889,97
1.9.2017	28,59	44,94	38,00	35,00	260,01	1896,94
1.10.2017	33,81	40,00	34,60	35,00	265,00	1811,12
1.11.2017	31,33	40,00	31,08	34,90	285,98	1874,49
1.12.2017	19,98	25,00	31,81	43,88	250,05	1861,57
1.1.2018	19,49	36,00	34,29	45,00	260,00	1842,87
1.2.2018	16,85	33,00	28,40	45,00	270,00	1875,91
1.3.2018	16,85	34,80	32,00	40,40	266,00	1845,33
1.4.2018	15,90	34,80	32,00	45,00	264,00	1804,97
1.5.2018	14,85	34,80	36,00	39,00	250,00	1809,60
1.6.2018	15,90	34,60	34,00	45,00	240,00	1846,38
1.7.2018	16,70	34,60	30,00	45,00	212,00	1816,49
1.8.2018	16,35	31,00	28,20	42,00	250,00	1811,04
1.9.2018	16,30	32,80	29,00	42,00	236,00	1822,24
1.10.2018	16,20	32,80	24,00	42,00	250,00	1781,36
1.11.2018	15,50	32,80	25,00	42,00	232,00	1779,13
1.12.2018	12,95	30,00	25,00	42,00	240,00	1729,38
1.1.2019	12,50	30,00	25,00	42,00	260,00	1748,81
1.2.2019	12,90	25,20	19,20	42,00	250,00	1760,03
1.3.2019	11,75	29,40	21,00	34,40	240,00	1792,79
1.4.2019	10,00	29,00	40,00	29,00	230,00	1789,26
1.5.2019	9,60	29,00	34,00	29,00	224,00	1837,98
1.6.2019	9,98	28,80	41,20	29,00	200,00	1851,20
1.7.2019	9,40	27,60	42,80	29,00	208,00	1883,94
1.8.2019	9,00	27,60	44,60	29,00	216,00	1911,40
1.9.2019	8,52	25,00	41,00	35,00	210,00	1873,36
1.10.2019	7,12	29,00	48,00	34,40	226,00	1953,77
1.11.2019	4,97	29,00	50,50	41,40	334,00	1991,98
1.12.2019	5,30	28,60	49,00	38,80	318,00	1995,61
1.1.2020	5,08	29,00	47,00	34,00	290,00	2017,43
1.2.2020	4,75	29,00	46,60	31,00	340,00	2041,52
1.3.2020	3,60	28,00	43,00	28,00	292,00	1863,40
1.4.2020	2,63	27,00	34,40	18,00	222,00	1471,92
1.5.2020	2,37	29,00	38,40	18,00	228,00	1544,30
1.6.2020	2,65	28,00	50,00	19,00	262,00	1636,51
1.7.2020	2,92	29,00	55,00	19,00	242,00	1614,97
1.8.2020	1,80	29,00	58,00	23,40	264,00	1573,77
1.9.2020	4,05	29,00	56,50	19,60	300,00	1625,92
1.10.2020	4,51	26,20	50,00	22,00	292,00	1608,30
1.11.2020	4,07	29,00	41,60	22,00	320,00	1574,68
1.12.2020	4,25	29,00	39,00	19,90	360,00	1715,22
1.1.2021	4,27	35,00	43,00	24,80	428,00	1739,29
1.2.2021	4,30	36,40	40,20	24,60	440,00	1793,10
1.3.2021	4,50	36,40	42,00	24,80	494,00	1829,88
1.4.2021	4,20	33,80	47,00	24,00	550,00	1876,58
1.5.2021	4,19	39,40	44,00	20,20	635,00	1893,51
1.6.2021	3,50	36,80	42,20	22,00	570,00	1944,66
1.7.2021	3,01	39,20	42,20	22,00	595,00	1971,32
1.8.2021	3,30	42,00	45,00	49,00	650,00	1948,31
1.9.2021	3,27	42,00	48,00	45,00	700,00	1967,92
1.10.2021	4,09	43,80	40,20	43,00	795,00	2024,03
1.11.2021	4,11	49,40	42,20	43,00	830,00	2032,51
1.12.2021	4,00	49,40	42,00	30,00	750,00	1991,57
1.1.2022	2,13	49,40	41,20	30,00	940,00	2079,35
1.2.2022	3,20	49,20	44,00	30,00	920,00	2145,45

Izvor: izrada autora prema podacima preuzetim sa Zagrebačke burze (2022)

Kako prikazuje navedena slika, preuzeti su podaci o zadnjim cijenama odabranih dionica, svakog prvog u mjesecu, za razdoblje od 5 godina kao i vrijednosti tržišnog indeksa. Podaci o zadnjim cijenama prikazuju cijene dionica na tržištu kapitala.

Izračuni u Excelu dani su u nastavku:

A. Izračun HPR-ova

Umjesto da se računa svaka mjesečna promjena prema formuli (1), izračunat je HPR za prvo obračunsko razdoblje, te je formula provučena kroz cijeli stupac. Isto je napravljeno i kod ostalih dionica. Od pet odabranih dionica, za odabrano razdoblje, jedino je Kutjevo d.d. isplaćivalo dividende, i to 9. kolovoza 2018. godine u iznosu od 0,90 kuna te 6. prosinca 2019. godine u iznosu od 0,38 kuna. Dividende su uključene u izračun.

B. Izračun očekivanog prinosa

Nakon što su izračunati mjesečni HPR-ovi, potrebno je izračunati njihov prosjek, odnosno aritmetičku sredinu prema formuli (2). Kako se ne bi zbrajali prinosi svih razdoblja i dijelili s ukupnim brojem razdoblja, koristio se jednostavniji način izračuna očekivanog prinosa uz pomoć funkcije AVERAGE.

C. Izračun varijance

Zbog složenosti formule (3) i također prevelikog obujma računanja, koristila se funkcija VAR.S. i to iz razloga što je osnovni skup koji predstavljaju cijene dionica sam po sebi jako velik za analizu a u procesu se koristi samo dio tog osnovnog skupa, tj. samo dio svih tih postojećih cijena odnosno uzorak od 61 podatka (vremenskog razdoblja).

D. Izračun standardne devijacije

Kako se ne bi koristila formula (4) ili formula (5), koristi se funkcija STDEV.S, iz istih razloga kao i prethodno objašnjena funkcija VAR.S.

Prikaz rezultata svih opisanih izračuna može se vidjeti na Slici 13.

Slika 13. Kompletirani podaci za dionice i CROBEX

Vremensko razdoblje	Cijene dionica u kunama						Prinos dionice u %					
	DDJH	KTJV	SNBA	ZVCV	SAPN	CROBEX	DDJH	KTJV	SNBA	ZVCV	SAPN	CROBE
1.2.2017	49,03	35,03	57,68	83,05	435,00	2151,72						
1.3.2017	46,52	32,87	62,00	80,00	384,97	2206,95	-5,12	-6,17	7,49	-3,67	-11,50	2,57
1.4.2017	38,93	30,54	58,15	71,97	325,50	1989,27	-16,32	-7,09	-6,21	-10,04	-15,45	-9,86
1.5.2017	41,20	31,09	44,06	50,00	267,01	1901,87	5,83	1,80	-24,23	-30,53	-17,97	-4,39
1.6.2017	35,63	28,20	38,46	22,01	245,00	1848,42	-13,52	-9,30	-12,71	-55,98	-8,24	-2,81
1.7.2017	34,34	30,00	31,14	44,00	264,00	1865,57	-3,62	6,38	-19,03	99,91	7,76	0,93
1.8.2017	32,00	34,10	32,50	36,00	250,00	1889,97	-6,81	13,67	4,37	-18,18	-5,30	1,31
1.9.2017	28,59	44,94	38,00	35,00	260,01	1896,94	-10,66	31,79	16,92	-2,78	4,00	0,37
1.10.2017	33,81	40,00	34,60	35,00	265,00	1811,12	18,26	-10,99	-8,95	0,00	1,92	-4,52
1.11.2017	31,33	40,00	31,08	34,90	285,98	1874,49	-7,34	0,00	-10,17	-0,29	7,92	3,50
1.12.2017	19,98	25,00	31,81	43,88	250,05	1861,57	-36,23	-37,50	2,35	25,73	-12,56	-0,69
1.1.2018	19,49	36,00	34,29	45,00	260,00	1842,87	-2,45	44,00	7,80	2,55	3,98	-1,00
1.2.2018	16,85	33,00	28,40	45,00	270,00	1875,91	-13,55	-8,33	-17,18	0,00	3,85	1,79
1.3.2018	16,85	34,80	32,00	40,40	266,00	1845,33	0,00	5,45	12,68	-10,22	-1,48	-1,63
1.4.2018	15,90	34,80	32,00	45,00	264,00	1804,97	-5,64	0,00	0,00	11,39	-0,75	-2,19
1.5.2018	14,85	34,80	36,00	39,00	250,00	1809,60	-6,60	0,00	12,50	-13,33	-5,30	0,26
1.6.2018	15,90	34,60	34,00	45,00	240,00	1846,38	7,07	-0,57	-5,56	15,38	-4,00	2,03
1.7.2018	16,70	34,60	30,00	45,00	212,00	1816,49	5,03	0,00	-11,76	0,00	-11,67	-1,62
1.8.2018	16,35	31,00	28,20	42,00	250,00	1811,04	-2,10	-7,80	-6,00	-6,67	17,92	-0,30
1.9.2018	16,30	32,80	29,00	42,00	236,00	1822,24	-0,31	5,81	2,84	0,00	-5,60	0,62
1.10.2018	16,20	32,80	24,00	42,00	250,00	1781,36	-0,61	0,00	-17,24	0,00	5,93	-2,24
1.11.2018	15,50	32,80	25,00	42,00	232,00	1779,13	-4,32	0,00	4,17	0,00	-7,20	-0,13
1.12.2018	12,95	30,00	25,00	42,00	240,00	1729,38	-16,45	-8,54	0,00	0,00	3,45	-2,80
1.1.2019	12,50	30,00	25,00	42,00	260,00	1748,81	-3,47	0,00	0,00	0,00	8,33	1,12
1.2.2019	12,90	25,20	19,20	42,00	250,00	1760,03	3,20	-16,00	-23,20	0,00	-3,85	0,64
1.3.2019	11,75	29,40	21,00	34,40	240,00	1792,79	-8,91	16,67	9,38	-18,10	-4,00	1,86
1.4.2019	10,00	29,00	40,00	29,00	230,00	1789,26	-14,89	-1,36	90,48	-15,70	-4,17	-0,20
1.5.2019	9,60	29,00	34,00	29,00	224,00	1837,98	-4,00	0,00	-15,00	0,00	-2,61	2,72
1.6.2019	9,98	28,80	41,20	29,00	200,00	1851,20	3,96	-0,69	21,18	0,00	-10,71	0,72
1.7.2019	9,40	27,60	42,80	29,00	208,00	1883,94	-5,81	-4,17	3,88	0,00	4,00	1,77
1.8.2019	9,00	27,60	44,60	29,00	216,00	1911,40	-4,26	0,00	4,21	0,00	3,85	1,46
1.9.2019	8,52	25,00	41,00	35,00	210,00	1873,36	-5,33	-9,42	-8,07	20,69	-2,78	-1,99
1.10.2019	7,12	29,00	48,00	34,40	226,00	1953,77	-16,43	16,00	17,07	-1,71	7,62	4,29
1.11.2019	4,97	29,00	50,50	41,40	334,00	1991,98	-30,20	0,00	5,21	20,35	47,79	1,96
1.12.2019	5,30	28,60	49,00	38,80	318,00	1995,61	6,64	-0,07	-2,97	-6,28	-4,79	0,18
1.1.2020	5,08	29,00	47,00	34,00	290,00	2017,43	-4,15	1,40	-4,08	-12,37	-8,81	1,09
1.2.2020	4,75	29,00	46,60	31,00	340,00	2041,52	-6,50	0,00	-0,85	-8,82	17,24	1,19
1.3.2020	3,60	28,00	43,00	28,00	292,00	1863,40	-24,21	-3,45	-7,73	-9,68	-14,12	-8,72
1.4.2020	2,63	27,00	34,40	18,00	222,00	1471,92	-26,94	-3,57	-20,00	-35,71	-23,97	-21,01
1.5.2020	2,37	29,00	38,40	18,00	228,00	1544,30	-9,89	7,41	11,63	0,00	2,70	4,92
1.6.2020	2,65	28,00	50,00	19,00	262,00	1636,51	11,81	-3,45	30,21	5,56	14,91	5,97
1.7.2020	2,92	29,00	55,00	19,00	242,00	1614,97	10,19	3,57	10,00	0,00	-7,63	-1,32
1.8.2020	1,80	29,00	58,00	23,40	264,00	1573,77	-38,36	0,00	5,45	23,16	9,09	-2,55
1.9.2020	4,05	29,00	56,50	19,60	300,00	1625,92	125,00	0,00	-2,59	-16,24	13,64	3,31
1.10.2020	4,51	26,20	50,00	22,00	292,00	1608,30	11,36	-9,66	-11,50	12,24	-2,67	-1,08
1.11.2020	4,07	29,00	41,60	22,00	320,00	1574,68	-9,76	10,69	-16,80	0,00	9,59	-2,09
1.12.2020	4,25	29,00	39,00	19,90	360,00	1715,22	4,42	0,00	-6,25	-9,55	12,50	8,92
1.1.2021	4,27	35,00	43,00	24,80	428,00	1739,29	0,47	20,69	10,26	24,62	18,89	1,40
1.2.2021	4,30	36,40	40,20	24,60	440,00	1793,10	0,70	4,00	-6,51	-0,81	2,80	3,09
1.3.2021	4,50	36,40	42,00	24,80	494,00	1829,88	4,65	0,00	4,48	0,81	12,27	2,05
1.4.2021	4,20	33,80	47,00	24,00	550,00	1876,58	-6,67	-7,14	11,90	-3,23	11,34	2,55
1.5.2021	4,19	39,40	44,00	20,20	635,00	1893,51	-0,24	16,57	-6,38	-15,83	15,45	0,90
1.6.2021	3,50	36,80	42,20	22,00	570,00	1944,66	-16,47	-6,60	-4,09	8,91	-10,24	2,70
1.7.2021	3,01	39,20	42,20	22,00	595,00	1971,32	-14,00	6,52	0,00	0,00	4,39	1,37
1.8.2021	3,30	42,00	45,00	49,00	650,00	1948,31	9,63	7,14	6,64	122,73	9,24	-1,17
1.9.2021	3,27	42,00	48,00	45,00	700,00	1967,92	-0,91	0,00	6,67	-8,16	7,69	1,01
1.10.2021	4,09	43,80	40,20	43,00	795,00	2024,03	25,08	4,29	-16,25	-4,44	13,57	2,85
1.11.2021	4,11	49,40	42,20	43,00	830,00	2032,51	0,49	12,79	4,98	0,00	4,40	0,42
1.12.2021	4,00	49,40	42,00	30,00	750,00	1991,57	-2,68	0,00	-0,47	-30,23	-9,64	-2,01
1.1.2022	2,13	49,40	41,20	30,00	940,00	2079,35	-46,75	0,00	-1,90	0,00	25,33	4,41
1.2.2022	3,20	49,20	44,00	30,00	920,00	2145,45	50,23	-0,40	6,80	0,00	-2,13	3,18

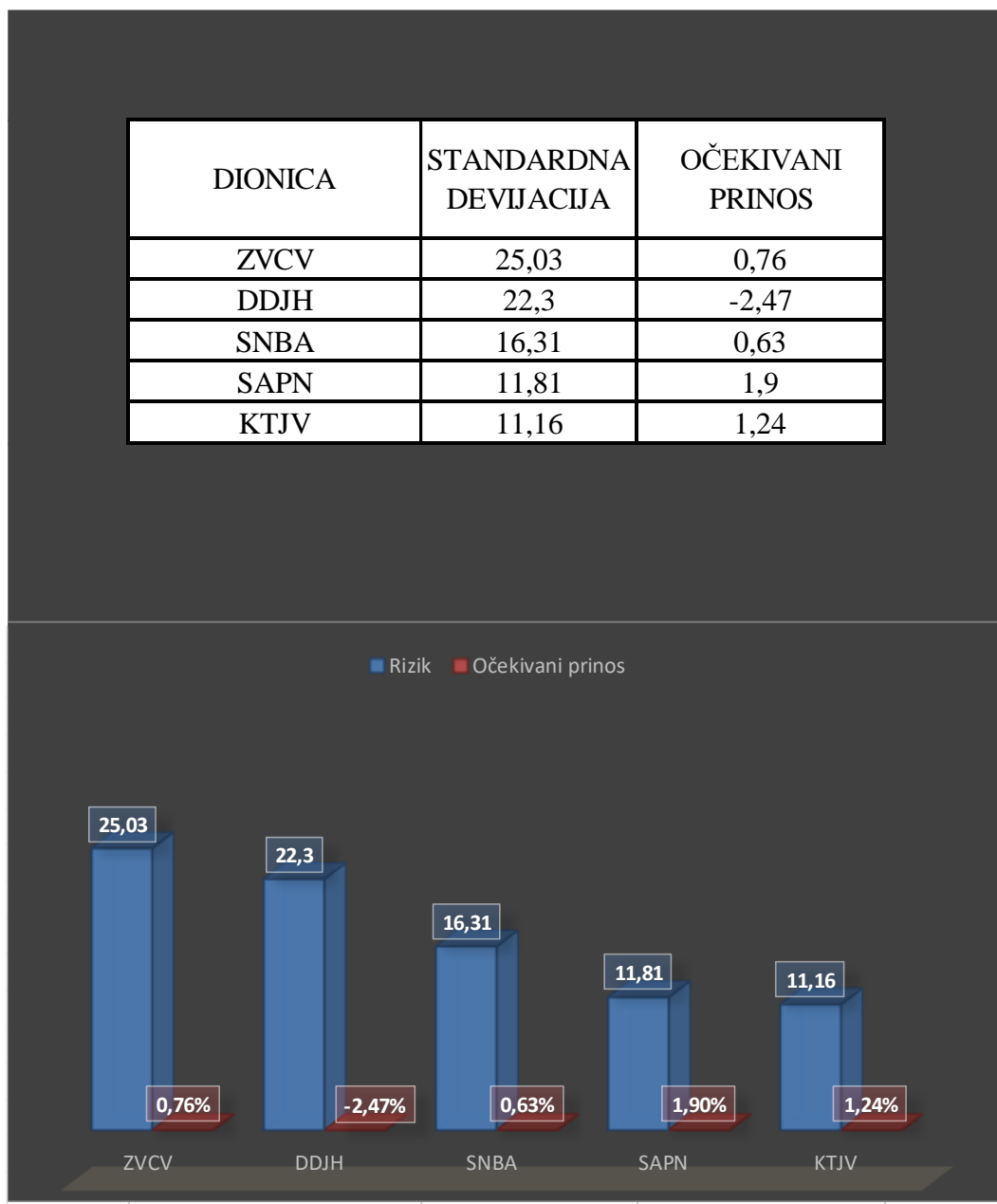
Prosječni prinos	-2,47	1,24	0,63	0,76	1,90	0,09
Varijanca	497,22	124,65	266,05	626,58	139,58	17,01
Standardna devijacija	22,30	11,16	16,31	25,03	11,81	4,12

Izvor: izrada autora

Slika prikazuje izračunate HPR-ove za sva vremenska razdoblja, postotne promjene dioničkog indeksa CROBEX, očekivane prinose, varijance i standardne devijacije za svaku dionicu i dionički indeks.

Prema dobivenim podacima, odabrane dionice rangirane su na Slici 14. prema visini standardne devijacije.

Slika 14. Rizičnost pojedinih dionica



Izvor: izrada autora

Kada se analiziraju dobiveni podatci vidljivo je da su najrizičnije dionice između promatranih poduzeća Đuro Đaković Grupa d.d. i Zvečevo d.d. Đuro Đaković d.d. ima najveću standardnu devijaciju. Realno bi bilo očekivati da zbog toga daje i veće prinose. No, to u ovom slučaju nije tako. Prosječni prinos je negativan što nikako nije poželjno. Kada se pogleda standardne devijacije ostalih poduzeća, vidljivo je kako je najmanje rizična dionica poduzeća Kutjevo d.d. koje ima standardnu devijaciju 11,16 % i očekivani prinos od 1,24 %. Odmah iza Kutjeva d.d., poduzeće sa sličnom standardnom devijacijom no višim prosječnim prinosom je Saponia d.d.

5.2. Korelacija među prinosima

Izračuni matrice kovarijanci prinosa i matrice koeficijenata korelacije prikazani su na slikama u nastavku:

A. Izračun matrice kovarijanci prinosa

Izračun matrice kovarijanci prinosa na temelju uzorka obavlja se uz pomoć formule (6), dok lakši način izračuna tog prosjeka umnoška odstupanja omogućava funkcije COVARIANCE.S. Izračun je prikazan na Slici 15.

Slika 15. Izračun matrice kovarijanci prinosa na temelju uzorka

D89 : X ✓ fx =COVARIANCE.S(16:165;16:165)

	B	C	D	E	F	G	H	I
88	MATRICA KOVARIJANCI PRINOSA NA TEMELJU UZORKA		DDJH	KTJV	SNBA	ZVCV	SAPN	CROBEX
89			497,2249866					
90			18,18859899	124,6501031				
91			-21,1387524	33,20786248	266,049779			
92			-14,66140191	8,61679238	-4,31497792	626,577635		
93			12,6926611	29,80836915	16,12369548	83,11945983	139,576159	
94			21,05283844	6,463242207	15,98626684	16,43085164	24,89832522	17,014472
95								

Izvor: izrada autora

Navedene veličine je teško interpretirati pa se neće komentirati dobiveni rezultati. Ovi izračuni će biti potrebni za izračun beta koeficijenta. Važno je ukazati na to kako dijagonala matrice kovarijanci prikazana narančastom bojom zapravo pokazuje varijance HPR-ova.

B. Izračun matrice koeficijenta korelacije

Umjesto formule (7), za lakši izračun matrice koeficijenta korelacije koristi se funkcija CORREL u koju se unose mjesečni prinosi, kako je i vidljivo na Slici 16.

Slika 16. Matrica koeficijenta korelacije prinosa

	B	C	D	E	F	G	H	I
97	MATRICA KOEFICIJENATA KORELACIJE PRINOSA		DDJH	KTJV	SNBA	ZVCV	SAPN	CROBEX
98		DDJH	1					
99		KTJV	0,073059459	1				
100		SNBA	-0,058119441	0,182353099	1			
101		ZVCV	-0,026267067	0,030832722	-0,01056841	1		
102		SAPN	0,048180421	0,225988466	0,083671492	0,281066863	1	
103		CROBEX	0,228889013	0,14034433	0,237605433	0,159134151	0,51092279	1

Izvor: izrada autora

Koeficijent korelacije prikazuje odnos između kovarijance dvaju dionica i umnoška standardnih devijacija tih dionica, stoga je koeficijent korelacije između dvije iste dionice uvijek 1. Kako je ranije rečeno, kada se objašnjavao koeficijent korelacije, u takvoj situaciji ne dolazi do smanjenja rizika. Negativne koeficijente korelacije imaju prinosi dionica DDJH, SNBA i ZVCV, ukoliko se one ukomponiraju u portfelj postoji mogućnost redukcije rizika.

Matrica kovarijanci prinosa koristi se za mjerenje tržišnog rizika. Kada se pogleda Slika 15. mogu se uočiti brojevi u zadnjem retku u poljima smeđe boje. Upravo su te vrijednosti potrebne kako bi se prema formuli (8) izračunao beta koeficijent dionice - kovarijanca prinosa dionice i tržišnog indeksa, te varijanca prinosa cijelog tržišta (odnosno kovarijanca prinosa tržišta sa samim sobom). Izračun beta koeficijenta prikazan je na Slici 17.

Slika 17. Izračun beta koeficijenata

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
88		MATRICA KOVARIJANCI PRINOSA NA TEMELJU UZORKA		DDJH	KTJV	SNBA	ZVCV	SAPN	CROBEX
89			DDJH	497,2249866					
90			KTJV	18,18859899	124,6501031				
91			SNBA	-21,1387524	33,20786248	266,049779			
92			ZVCV	-14,66140191	8,61679238	-4,31497792	626,577635		
93			SAPN	12,6926611	29,80836915	16,12369548	83,11945983	139,576159	
94			CROBEX	21,05283844	6,463242207	15,98626684	16,43085164	24,89832522	17,014472
95									
96		BETA KOEFICIJENT		1,237348907	0,379867337	0,939568784	0,965698587	1,463361608	1

Izvor: izrada autora

Rezultati izračuna ukazuju da će se prinosi dionica DDJH i SAPN više varirati, dok će se prinosi dionica KTJV, SNBA i ZVCV manje varirati od prinosa cjelokupnog tržišta.

5.3. Niz investicijskih mogućnosti za investitore

U nastavku će biti prikazan niz mogućnosti koje investitor ima kada kombinira određene dionice.

Primjer izračuna očekivanih prinosa i rizika portfelja koji se sastoji od dionica DDJH i KTJV prikazan je Slikom 18.

Slika 18. Portfelj s najmanjim rizikom (standardnom devijacijom) za portfelj koji se sastoji od dionica DDJH i KTJV

NIZ INVESTICIJSKIH MOGUĆNOSTI ZA DIONICE DDJH I KTJV				
Ulazni podaci				
r DDJH	r KTJV	σ DDJH	σ KTJV	ρ DDJH - KTJV
-2,47	1,24	22,30	11,16	0,073059459
Ponderi portfelja		Očekivani prinos		St.devijacija
0	1	1,24		11,16
0,1	0,9	0,87		10,45
0,18183072	0,818169278	0,56		10,26
0,2	0,8	0,50		10,27
0,3	0,7	0,13		10,65
0,4	0,6	-0,25		11,54
0,5	0,5	-0,62		12,83
0,6	0,4	-0,99		14,41
0,7	0,3	-1,36		16,20
0,8	0,2	-1,73		18,14
0,9	0,1	-2,10		20,18
1	0	-2,47		22,30
Ponder dionice DDJH u portfelju s minivanom varijancom				
w DDJH	0,181830722			
Minimalna standardna devijacija				10,26
Minimalna varijanca				105,2921

Izvor: izrada autora

Ulazni podaci koji su potrebni odnose se na očekivane prinose, standardne devijacije i koeficijent korelacije dionica odabranih za portfelj. Pretpostavlja se kako se investitor odlučuje na ulaganje u dionice DDJH i KTJV. Ponderi su u rasponu od 0 do 1 (0, 0,1, 0,2...). Ostali koraci obuhvaćaju izračun očekivanog prinosa portfelja prema formuli (9), rizika portfelja uz pomoć formule (10) te određivanje pondera dionice u portfelju s minimalnom varijancom koristeći formulu (11). Kada se dobije ponder dionice DDJH u portfelju s minimalnom varijancom i unese na potrebno mjesto, može se uočiti kako je najmanji rizik portfelja tamo gdje je udio dionice DDJH 0,18183072 odnosno 18,18 %. Tada standardna devijacija iznosi 10,26 %. Ukoliko je investitor racionalan i ima averziju prema riziku izabrati će portfelj s minimalnom standardnom devijacijom te tako umanjiti rizik koji je moguće umanjiti. Povrat od 0,56 % je vrlo nizak uz danu razinu rizika, pa nije racionalan izbor uzevši u obzir alternativna manje rizična ulaganja poput ulaganja u obveznice ili štedne depozite.

U nastavku (Slika 19.) su prikazani rezultati proračuna ostalih devet portfelja.

Slika 19. Niz investicijskih mogućnosti za različite portfelje koji se sastoje od odabranih dionica

Dionice DDJH i SNBA				
Ulazni podaci				
r DDJH	r SNBA	σ DDJH	σ SNBA	ρ DDJH - SNBA
-2,47	0,63	22,30	16,31	-0,058119441
Ponderi portfelja	Očekivani prinos		St.devijacija	
0	1	0,63	16,31	
0,1	0,9	0,32	14,72	
0,2	0,8	0,01	13,54	
0,3	0,7	-0,30	12,89	
0,356511355	0,643488645	-0,48	12,79	
0,4	0,6	-0,61	12,85	
0,5	0,5	-0,92	13,43	
0,6	0,4	-1,23	14,54	
0,7	0,3	-1,54	16,08	
0,8	0,2	-1,85	17,95	
0,9	0,1	-2,16	20,04	
1	0	-2,47	22,30	
Ponder dionice SNBA u portfelju s minimalnom varijancom				
w SNBA	0,643488645			
Minimalna standardna devijacija	12,79			
Minimalna varijanca	163,66			

Dionice DDJH i ZVCV				
Ulazni podaci				
r DDJH	r ZVCV	σ DDJH	σ ZVCV	ρ DDJH - ZVCV
-2,47	0,76	22,30	25,03	-0,026267067
Ponderi portfelja	Očekivani prinos		St.devijacija	
0	1	0,76	25,03	
0,1	0,9	0,43	22,58	
0,2	0,8	0,11	20,40	
0,3	0,7	-0,21	18,59	
0,4	0,6	-0,53	17,27	
0,5	0,5	-0,86	16,54	
0,556087849	0,443912151	-1,04	16,43	
0,6	0,4	-1,18	16,50	
0,7	0,3	-1,50	17,14	
0,8	0,2	-1,83	18,40	
0,9	0,1	-2,15	20,16	
1	0	-2,47	22,30	
Ponder dionice ZVCV u portfelju s minimalnom varijancom				
w ZVCV	0,443912151			
Minimalna standardna devijacija	16,43			
Minimalna varijanca	269,99			

Dionice DDJH i SAPN				
Ulazni podaci				
r DDJH	r SAPN	σ DDJH	σ SAPN	ρ DDJH - SAPN
-2,47	1,90	22,30	11,81	0,048180421
Ponderi portfelja	Očekivani prinos		St.devijacija	
0	1	1,90	11,81	
0,1	0,9	1,47	10,97	
0,2	0,8	1,03	10,64	
0,207524066	0,792475934	1,00	10,64	
0,3	0,7	0,59	10,88	
0,4	0,6	0,15	11,66	
0,5	0,5	-0,28	12,87	
0,6	0,4	-0,72	14,40	
0,7	0,3	-1,16	16,17	
0,8	0,2	-1,60	18,11	
0,9	0,1	-2,04	20,16	
1	0	-2,47	22,30	
Ponder dionice SAPN u portfelju s minimalnom varijancom				
w SAPN	0,792475934			
Minimalna standardna devijacija	10,64			
Minimalna varijanca	113,24			

Dionice KTJV i SNBA				
Ulazni podaci				
r KTJV	r SNBA	σ KTJV	σ SNBA	ρ KTJV - SNBA
1,24	0,63	11,16	16,31	0,182353099
Ponderi portfelja	Očekivani prinos		St.devijacija	
0	1	0,63	16,31	
0,1	0,9	0,69	14,92	
0,2	0,8	0,75	13,63	
0,3	0,7	0,81	12,47	
0,4	0,6	0,87	11,47	
0,5	0,5	0,93	10,69	
0,6	0,4	1,00	10,17	
0,7	0,3	1,06	9,95	
0,718018169	0,281981831	1,07	9,94	
0,8	0,2	1,12	10,05	
0,9	0,1	1,18	10,47	
1	0	1,24	11,16	
Ponder dionice KTJV u portfelju s minimalnom varijancom				
w KTJV	0,718018169			
Minimalna standardna devijacija	9,94			
Minimalna varijanca	98,87			

Dionice KTJV i ZVCV				
Ulazni podaci				
r KTJV	r ZVCV	σ KTJV	σ ZVCV	ρ KTJV - ZVCV
1,24	0,76	11,16	25,03	0,030832722
Ponderi portfelja	Očekivani prinos		St.devijacija	
0	1	0,76	25,03	
0,1	0,9	0,81	22,59	
0,2	0,8	0,85	20,22	
0,3	0,7	0,90	17,94	
0,4	0,6	0,95	15,80	
0,5	0,5	1,00	13,86	
0,6	0,4	1,05	12,22	
0,7	0,3	1,09	11,00	
0,8	0,2	1,14	10,37	
0,841915211	0,158084789	1,16	10,31	
0,9	0,1	1,19	10,43	
1	0	1,24	11,16	
Ponder dionice ZVCV u portfelju s minimalnom varijancom				
w ZVCV	0,158084789			
Minimalna standardna devijacija	10,31			
Minimalna varijanca	106,31			

Dionice KTJV i SAPN				
Ulazni podaci				
r KTJV	r SAPN	σ KTJV	σ SAPN	ρ KTJV - SAPN
1,24	1,90	11,16	11,81	0,225988466
Ponderi portfelja	Očekivani prinos		St.devijacija	
0	1	1,90	11,81	
0,1	0,9	1,84	10,94	
0,2	0,8	1,77	10,19	
0,3	0,7	1,70	9,60	
0,4	0,6	1,64	9,19	
0,5	0,5	1,57	9,00	
0,536474489	0,463525511	1,55	8,98	
0,6	0,4	1,51	9,03	
0,7	0,3	1,44	9,28	
0,8	0,2	1,37	9,74	
0,9	0,1	1,31	10,38	
1	0	1,24	11,16	
Ponder dionice SAPN u portfelju s minimalnom varijancom				
w SAPN	0,463525511			
Minimalna standardna devijacija	8,98			
Minimalna varijanca	80,69			

Dionice SNBA i ZVCV				
Ulazni podaci				
r SNBA	r ZVCV	σ SNBA	σ ZVCV	ρ SNBA - ZVCV
0,63	0,76	16,31	25,03	-0,010568411
Ponderi portfelja	Očekivani prinos		St.devijacija	
0	1	0,76	25,03	
0,1	0,9	0,75	22,57	
0,2	0,8	0,73	20,26	
0,3	0,7	0,72	18,14	
0,4	0,6	0,71	16,31	
0,5	0,5	0,69	14,87	
0,6	0,4	0,68	13,93	
0,7	0,3	0,67	13,60	
0,700013818	0,299986182	0,67	13,60	
0,8	0,2	0,66	13,93	
0,9	0,1	0,64	14,87	
1	0	0,63	16,31	
Ponder dionice SNBA u portfelju s minimalnom varijancom				
w SNBA	0,700013818			
Minimalna standardna devijacija	13,60			
Minimalna varijanca	184,94			

Dionice SNBA i SAPN				
Ulazni podaci				
r SNBA	r SAPN	σ SNBA	σ SAPN	ρ SNBA - SAPN
0,63	1,90	16,31	11,81	0,083671492
Ponderi portfelja	Očekivani prinos		St.devijacija	
0	1	1,90	11,81	
0,1	0,9	1,78	10,89	
0,2	0,8	1,65	10,25	
0,3	0,7	1,52	9,96	
0,330636198	0,669363802	1,48	9,94	
0,4	0,6	1,39	10,03	
0,5	0,5	1,27	10,46	
0,6	0,4	1,14	11,22	
0,7	0,3	1,01	12,24	
0,8	0,2	0,88	13,45	
0,9	0,1	0,76	14,83	
1	0	0,63	16,31	
Ponder dionice SAPN u portfelju s minimalnom varijancom				
w SAPN	0,669363802			
Minimalna standardna devijacija	9,94			
Minimalna varijanca	98,76			

Dionice ZVCV i SAPN				
Ulazni podaci				
r ZVCV	r SAPN	σ ZVCV	σ SAPN	ρ ZVCV - SAPN
0,76	1,90	25,03	11,81	0,281066863
Ponderi portfelja	Očekivani prinos		St.devijacija	
0	1	1,90	11,81	
0,09410785	0,90589215	1,80	11,59	
0,1	0,9	1,79	11,59	
0,2	0,8	1,67	11,87	
0,3	0,7	1,56	12,64	
0,4	0,6	1,45	13,80	
0,5	0,5	1,33	15,27	
0,6	0,4	1,22	16,96	
0,7	0,3	1,10	18,83	
0,8	0,2	0,99	20,81	
0,9	0,1	0,87	22,89	
1	0	0,76	25,03	
Ponder dionice ZVCV u portfelju s minimalnom varijancom				
w ZVCV	0,09410785			
Minimalna standardna devijacija	11,59			
Minimalna varijanca	134,26			

Izvor: izrada autora

Slika 19. prikazuje niz investicijskih mogućnosti za ostale portfelje. Žutom bojom označene su minimalne standardne devijacije portfelja koji se sastoji od dviju dionica, kako bi se lakše uvidjelo koje kombinacije dionice daju portfelj s najnižom minimalnom standardnom devijacijom među svim portfeljima s minimalnim standardnim devijacijama, potrebni udjeli dionica u portfelju i očekivani prinosi svakog od portfelja

Dobiveni rezultati su sumarno prikazani su u Tablici 2. kako bi se moglo lakše vidjeti koji bi portfelj mogao biti najučinkovitiji za pojedinog investitora.

Tablica 2. Sumirani podatci prema visini rizika

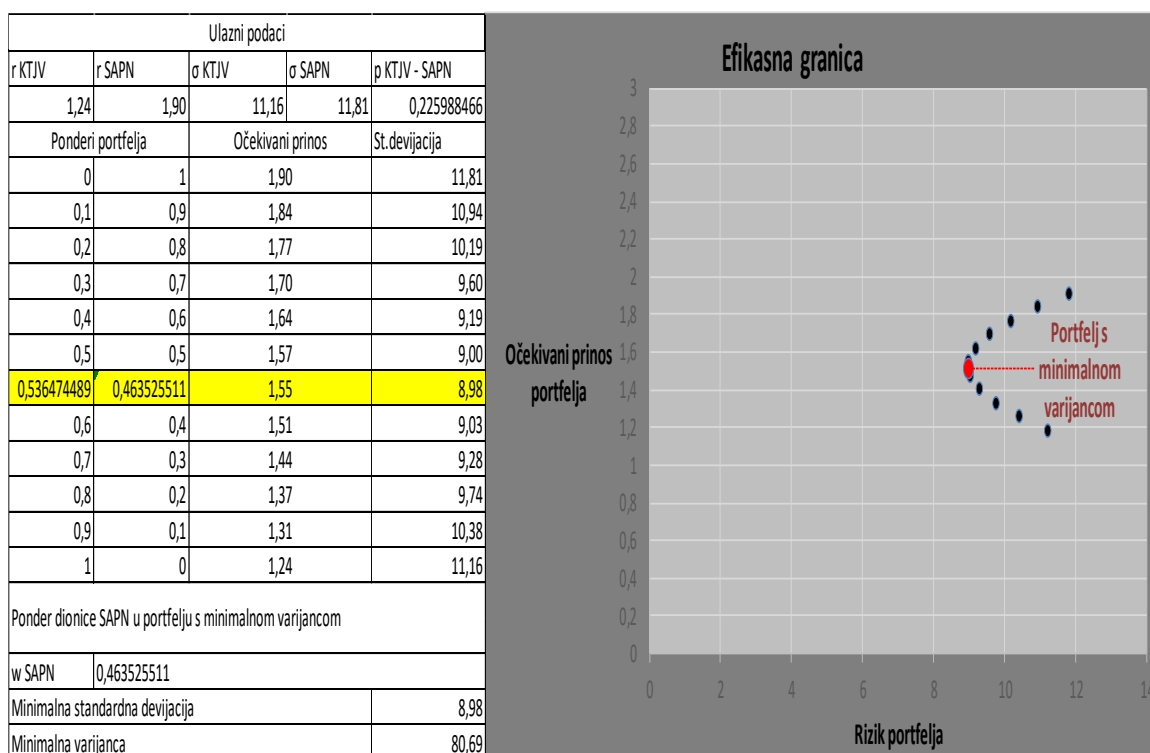
Udio dionica u portfelju	Standardna devijacija prinosa portfelja	Očekivani prinos portfelja	Koeficijent korelacije
DDJH 0,55608785 ZVCV 0,44391215	16,43	-1,04	-0,026267067
SNBA 0,70001382 ZVCV 0,29998618	13,60	0,67	-0,010568411
DDJH 0,35651136 SNBA 0,64348864	12,79	-0,48	-0,058119441
ZVCV 0,09410785 SAPN 0,90589215	11,59	1,80	0,281066863
DDJH 0,20752407 SAPN 0,79247593	10,64	1,00	0,048180421
KTJV 0,841915211 ZVCV 0,158084789	10,31	1,16	0,032434154
DDJH 0,18183072 KTJV 0,818169278	10,26	0,56	0,071893177
KTJV 0,718018169 SNBA 0,281981831	9,94	1,07	0,183665802
SNBA 0,33063620 SAPN 0,66936380	9,94	1,48	0,083671492
KTJV 0,536474489 SAPN 0,463525511	8,98	1,55	0,220881120

Izvor: izrada autora

Neka se pretpostavi kako se investitor ovdje odlučuje uložiti u dionice KTJV i SAPN, najpoželjniju opciju (portfelj s najmanjom standardnom devijacijom od 8,98 % koji uz to još i nosi relativno visoke prinose od 1,55 %). Kako je već rečeno, prema Orsagu (2011), efikasna granica prikazuje one kombinacije investicija koje za određene prinose imaju najmanje standardne devijacije odnosno najniži rizik ili, drugim riječima, efikasna granica prikazuje one kombinacije vrijednosnica koje uz određen rizik imaju najveće prinose. Bodie, Kane i Marcus (2006) ukazuju na to kako većinom investitori izabiru portfelje za koje se kaže da su sjeverozapadno od portfelja s minimalnom varijancom. Kako je prikazano na Slici 20. na sjeveru su portfelji s najvećim očekivanim prinosima dok su na zapadu portfelji s najmanjom standardnom devijacijom. Oni portfelji koji se nalaze ispod portfelja s minimalnom varijancom su nepoželjni i neefikasni jer za istu razinu rizika daju niže prinose.

Slika 20. prikazuje rezultate izračuna jednog portfelja i to onog koji je sastavljen upravo od dionica KTJV i SAPN.

Slika 20. Efikasna granica za portfelj koji se sastoji od dionica KTJV i SAPN

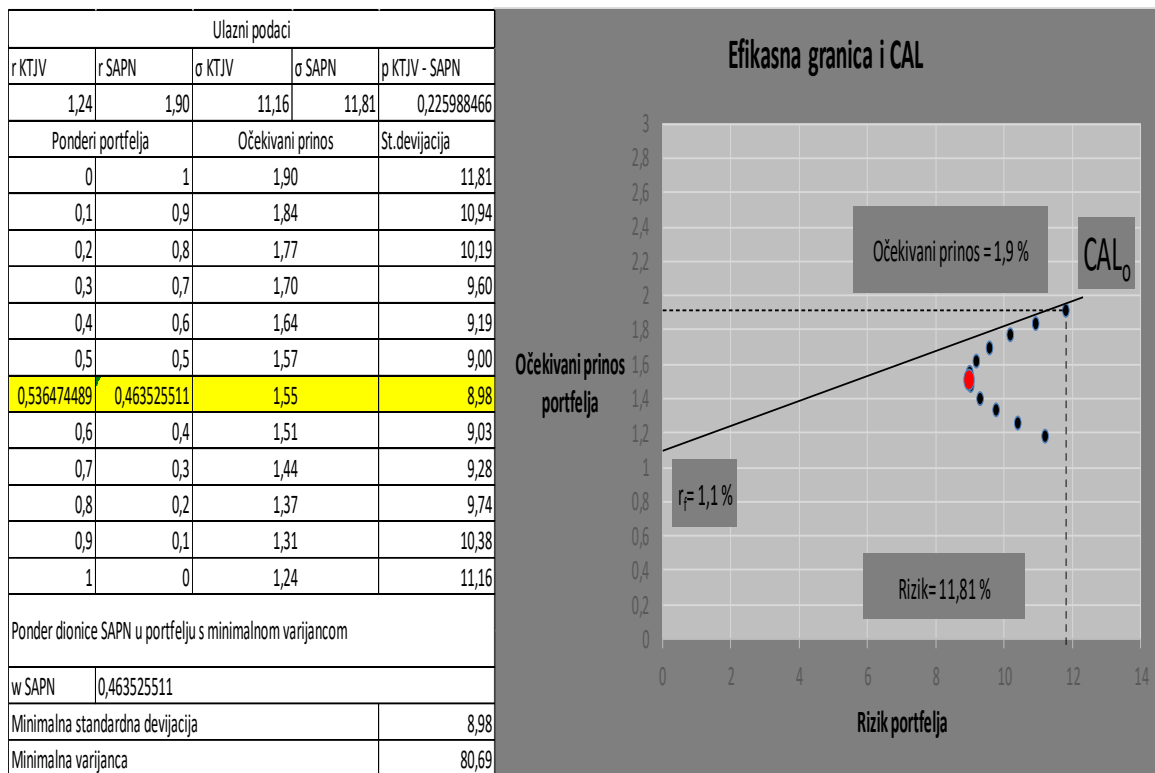


Izvor: izrada autora

Izbor investitora koji je racionalan definitivno će biti jedan od portfelja iznad portfelja s minimalnom varijancom. Za koji će se portfelj pojedini investitor odlučiti ovisi o tome koliko je on spreman riskirati. Kada se dobije ponder dionice SAPN u portfelju s minimalnom varijancom može se uočiti kako je najmanji rizik portfelja tamo gdje je udio dionice SAPN 46,35 %. Svako dodatno umanjeње udjela dionice SAPN u portfelju, ili povećanje udjela dionica KTJV, rezultirat će dobivanjem neefikasnog portfelja.

Slika 21. prikazuje pravac alokacije kapitala koji stoji na raspolaganju investitoru, a koji u obzir uzima bezrizičnu imovinu i optimalni rizični portfelj dviju dionica, KTJV i SAPN.

Slika 21. Optimalan rizični portfelj



Izvor: izrada autora

Izbor investitora koji ima averziju prema riziku definitivno će biti da u svoj portfelj uključi neku kombinaciju dionica KTJV i SAPN koja leži sjeverno od kombinacije koja sadrži 53,65 % dionica KTJV i 46,35 % dionica SAPN, a koja kod tog minimalnog rizika ima prinos od 1,55 %. S druge strane, ukoliko investitor odluči proširiti portfelj i nerizičnom imovinom, odabrat će kao rizični portfelj upravo onaj gdje pravac CAL dodiruje (tangira) efikasnu granicu. Taj portfelj ima najveći omjer nagrade i varijabilnosti što znači da daje najveći prinos po jedinici rizika. Ovisno o sklonosti riziku, investitor odabire koliko će sredstava uložiti u taj

optimalni portfelj, a koliko u bezrizičnu imovinu. Na slici su vidljive dvije krajnosti koje omeđuju investitorov izbor ovisno o njegovoj sklonosti prema riziku. Prva je već spomenuta točka gdje CAL dodiruje granicu efikasnosti. Ta točka predstavlja portfelj u kojem ništa nije uloženo u bezrizičnu imovinu. Druga krajnost je točka iz koje se povlači pravac CAL (bezrizična stopa od 1,1 % dobivena kao višegodišnji prosjek prinosa kratkoročnih depozita i kratkoročnih državnih dužničkih vrijednosnica), a ona predstavlja portfelj u kojem je sve uloženo u bezrizičnu imovinu. Svaka druga točka koja se nalazi na pravcu između te dvije krajnosti predstavlja portfelje koji u sebi imaju ukomponiran udio obje vrste imovine.

6. RASPRAVA

Na temelju preuzetih podataka sa Zagrebačke burze izračunati su očekivani prinos, varijanca i standardna devijacija svake dionice. Iz dobivenih podataka, vidljivih na Slici 17. koja prikazuje kompletirane podatke za dionice, može se uočiti kako su najrizičnije dionice, ZVCV i DDJH, imale značajan pad cijena dionice kroz godine. Dionica Đuro Đaković Grupe d.d. je sa cijene od skoro 50 kuna 2017. godine pala na jedva 3 kune 2022. godine. Ista stvar se dogodila i dionicama Zvečeva d.d. koje su sa preko 80 kuna pale na oko 30 kuna kroz promatranih pet godina. Stoga ne iznenađuje činjenica, kako u top 10 dionica s najvećim padom cijena dionica, Zagrebačka burza uvrštava u čak tri od analiziranih pet godina, dionice Đuro Đaković Grupe d.d. Također se može uočiti kako najveći očekivani prinos ima dionica Saponije d.d., a najmanje je rizična dionica Kutjeva d.d..

Legitimno je postaviti pitanje što bi se dogodilo kada bi se kombiniralo upravo te dvije dionice u portfelj, te koji bi udio spomenutih dionica osigurao minimalni rizik. Kada se pogleda Tablica 2. sa sumiranim podacima rangiranim prema visini rizika, vidljivo je kako se projekcije koje su izračunate za pojedine dionice itekako odražavaju i na sam portfelj. Ukoliko se investitor odluči za portfelj sačinjen od dionica SAPN i KTJV, imat će minimalnu standardnu devijaciju koja je najniža među svim ostalim portfeljima s minimalnom standardnom devijacijom. No, to vrijedi samo ako u svoj portfelj uključi 53,65% dionica KTJV i 46,35% dionica SAPN. S druge strane, taj portfelj će kod tog minimalnog rizika imati i relativno visok prinos od 1,55 %. Najveći koeficijent korelacije ostvaruju prinosi dionica iz proizvodnih industrija i to proizvodnje kemikalija i kemijskih proizvoda, SAPN i proizvodnje prehrambenih proizvoda, pića i duhanskih proizvoda ZVCV (0,28), što znači da postoji umjerena pozitivna povezanost između prinosa tih dviju dionica. Ukoliko jedna dionica ostvari porast prinosa, u manjoj mjeri vjerojatno će ga ostvariti i druga. Slično će se dogoditi i u slučaju gubitka. Ukoliko se želi dodatno smanjiti rizik potrebno je kombinirati dionice s negativnom korelacijom kako bi se reducirao rizik. U provedenom istraživanju vidljivo je kako vrlo blage negativne koeficijente korelacije imaju prinosi dionica DDJH, ZVCV i SNBA koje s druge strane, kombinirane u portfelj, imaju najvišu standardnu devijaciju portfelja. Takav splet okolnosti definitivno je uzrokovala pandemija COVID-19 kada su u jednoj godini sve dionice doživjele pad cijena i velike promjene u cijenama. Za koji će se portfelj pojedini investitor odlučiti, kako je već rečeno, ovisi o individualnoj prirodi i preferencijama samog ulagača. Sigurno je samo da to neće biti portfelj koji leži ispod portfelja s minimalnom varijancom na granici efikasnosti.

7. ZAKLJUČAK

Sveobuhvatna analiza ukazala je na niz mogućnosti koje investitoru daje Markowitzev model. Kako je ranije objašnjeno, ne postoji jedan portfelj koji će zadovoljiti želje svakog investitora. Koji će portfelj određeni investitor odabrati, prvenstveno ovisi o njegovoj percepciji rizika. Dani izračuni prinosa i rizika ukazuju na niz efikasnih portfelja koji leže na efikasnoj granici. Kako se pretpostavlja da su investitori racionalni, od njih se očekuje da izaberu jedan od portfelja koji leže sjeverozapadno od portfelja s minimalnom varijancom, u ovisnosti o tome koliko će uložiti u rizični portfelj, a koliko u nerizičnu imovinu. Postoji samo jedna kombinacija dviju dionica koja može minimizirati njihov rizik ulaganja, dok su sve druge moguće kombinacije dviju dionica rizičnije.

Svakom investitoru je cilj ostvariti najveću moguću dobit uz najmanji mogući rizik. Stoga je cilj ovog rada bio istražiti koje dionice, od odabranih pet dionica, daju portfelj s najnižom minimalnom standardnom devijacijom među svim portfeljima s minimalnom standardnom devijacijom te optimalnu kombinaciju rizika i prinosa. Projekcije izračunate za pojedine dionice itekako se odražavaju i na dobivene portfelje s minimalnom standardnom devijacijom. Stoga ne iznenađuje podatak da je portfelj s najnižom minimalnom standardnom devijacijom sačinjen upravo od onih dionica koje su najmanje rizične, a koje zbog specifičnosti tržišta daju i najviše prinose među promatranim dionicama.

Ograničenja u ovom radu striktno se vežu za činjenicu da je hrvatsko tržište kapitala još uvijek relativno mlado, nerazvijeno i slabije likvidno. Također, duži period promatranja bi koristio većoj reprezentativnosti rezultata. Prirodan nastavak istraživanja na ovu temu bio bi pomicanje granica sa slavonskih županija na cjelokupnu Hrvatsku, na način da se za analizu odaberu najlikvidnije dionice koje kotiraju na Zagrebačkoj burzi. Takvo proširenje investicijskih prilika, definitivno će omogućiti formiranje efikasnih portfelja na kojima će se jasnije moći vidjeti korisnost Markowitzevog modela optimizacije portfelja.

LITERATURA

1. Alajbeg, D. i Bubaš, Z. (2001). *Vodič kroz hrvatsko tržište kapitala za građane*. [online]. Zagreb: Institut za javne financije. Preuzeto s: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:242:817742> (Datum pristupa: 28.01.2023.)
2. Altaras Penda, I. (2019). 'Devastacija hrvatskog tržišta kapitala - što dalje?', FIP - Financije i pravo, 7(1), str. 125-156. Preuzeto s: <https://hrcak.srce.hr/226666> (Datum pristupa: 30.01.2023.)
3. Anđelinović, M., Pavković, A., i Šegović, B. (2021). 'Utjecaj pandemije COVID-19 na burzovne indekse odabranih zemalja', Notitia -časopis za ekonomske, poslovne i društvene teme, 7(1), str. 47-61. <https://doi.org/10.32676/n.7.1.4> (Datum pristupa: 17.06.2023.)
4. Bendeković, D. (2000). 'PRISTUP PROCJENI RIZIKA I POVRATA KOD ULAGANJA U OBIČNE DIONICE', Ekonomski pregled, 51(11-12), str. 1282-1312. Preuzeto s: <https://hrcak.srce.hr/28824> (Datum pristupa: 19.06.2023.)
5. Bestvina Bukvić, I. (2012). Utjecaj rizika na ocjenu opravdanosti investicijskih projekata u poljoprivredi. Doktorska disertacija. Ekonomski fakultet u Osijeku
6. Bestvina Bukvić, I., Kantor, N., Bukvić Buljubašić, D. (2009). *Project Risk Measurement through Beta Calculation*. Annals of DAAAM for 2009 & Proceedings of the 20th International DAAAM Symposium, "Intelligent Manufacturing & Automation: Focus on Theory, Practice and Education", Beč : DAAAM International, Vienna, 2009, str. 0111-0112.
7. Bodie, Z., Kane, A., i Marcus A. (2006). *Počela ulaganja*. Zagreb: Mate
8. Bubalo, D., Zoričić, D., i Pecina, E. (2022). 'Međuovisnost prinosa i rizika dionica u uvjetima visoke i niske volatilnosti tržišta na Zagrebačkoj burzi', Zbornik Ekonomskog fakulteta u Zagrebu, 20(1), str. 57-71. <https://doi.org/10.22598/zefzg.2022.1.57> (Datum pristupa: 04.02.2023.)
9. Dabić, S., i Penavin, S. (2009). 'Utjecaj obujma trgovanja na kretanje tržišnog indeksa *Crobex*', Ekonomski vjesnik, XXII(1), str. 51-61. Preuzeto s: <https://hrcak.srce.hr/42857> (Datum pristupa: 04.02.2023.)
10. Deković, Ž., Žaja, J., i Smiljčić, I. (2017). '*RIZIK I FINANCIJSKI MENADŽMENT*', Zbornik radova Veleučilišta u Šibeniku, (1-2/2017), str. 123-139. Preuzeto s: <https://hrcak.srce.hr/176763> (Datum pristupa: 05.09.2022.)

11. Džaja, J., i Aljinović, Z. (2013). 'TESTING CAPM MODEL ON THE EMERGING MARKETS OF THE CENTRAL AND SOUTHEASTERN EUROPE', Croatian Operational Research Review, 4(1), str. 164-175. Preuzeto s: <https://hrcak.srce.hr/97395> (Datum pristupa: 16.06.2023.)
12. Hrvatska agencija za nadzor financijskih usluga (2019). Tržište kapitala. Preuzeto s: <https://www.szp.hr/UserDocsImages/dokumenti/publikacije/za-web-tr%C5%BEi%C5%A1te-kapitala-2019.pdf> (Datum pristupa: 28.01.2022.)
13. Jakšić, S. (2007). 'Primjena Markowitzeve teorije na tržište dionica Zagrebačke burze', Zbornik Ekonomskog fakulteta u Zagrebu, 5(1), str. 331-344. Preuzeto s: <https://hrcak.srce.hr/26139> (Datum pristupa: 05.09.2022.)
14. Jerončić, M., i Aljinović, Z. (2011). 'FORMIRANJE OPTIMALNOG PORTFELJA POMOĆU MARKOWITZEVOG MODELA UZ SEKTORSKU PODJELU KOMPANIJA', Ekonomski pregled, 62(9-10), str. 583-606. Preuzeto s: <https://hrcak.srce.hr/72849> (Datum pristupa: 27.09.2022.)
15. Karačić, D. i Bestvina Bukvić, I. (2014). "Research Of Investment Risk Using Beta Coefficient," Interdisciplinary Management Research, Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Economics, Croatia, vol. 10, str. 521-530. Preuzeto s: <https://www.bib.irb.hr/837405/download/837405.IMR10a38.pdf>
16. Maričić, Z., i Maričić, L. (2018). 'Optimiziranje portfelja s različitim brojem imovine i različitim preferencijama rizika', GLASILO FUTURE, 1(4), str. 17-30. Preuzeto s : <https://doi.org/10.32779/gf.1.4.2> (Datum pristupa: 26.09.2022.)
17. Markowitz H. (1952). 'Portfolio selection', The journal of Finance, Vol.7, No.1, str. 77-91. Preuzeto sa: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>
18. Novak, B. (1990). 'Upravljanje investicijama u vrijednosne papire', Ekonomski vjesnik, III(1), str. 111-126. Preuzeto s: <https://hrcak.srce.hr/228659> (Datum pristupa: 18.09.2022.)
19. Orsag, S. (2011). *Vrijednosni papiri, investicije i instrumenti financiranja*. Sarajevo: Revicon d.o.o.
20. Perković, A.(2011) "RESEARCH OF BETA AS ADEQUATE RISK MEASURE-IS BETA STILL ALIVE?." Croatian Operational Research Review 2, br. 1, str. 102-111. Preuzeto s: <https://hrcak.srce.hr/96623>
21. Sajter, D. (2017). *Osnove upravljanja rizicima*. Osijek: Ekonomski fakultet u Osijeku.

22. Van Horne, J. C. i Wachowicz, J. M. (2014). *Osnove financijskog menadžmenta*, Neum: Naklada MATE d.o.o.
23. Zagrebačka burza (2022). Podaci o dionicama. Preuzeto s: <https://zse.hr/> (Datum pristupa: 25.01.2022.)

POPIS SLIKA

Slika 1. Komponente rizika.....	4
Slika 2. Izračun očekivanih prinosa i rizika odabranih dionica	6
Slika 3. Izračun korelacije između dobivenih prinosa	8
Slika 4. Ilustracija mogućih odnosa prinosa i rizika portfelja s određenim koeficijentima korelacije.....	10
Slika 5. Izračun očekivanih prinosa i rizika mogućih portfelja	12
Slika 6. Povijest Zagrebačke burze	17
Slika 7. Vlasnička struktura Zagrebačke burze.....	18
Slika 8. Ukupni promet na Zagrebačkoj burzi u prosincu 2022	19
Slika 9. Volumen, promet i broj transakcija odabranih dionica	21
Slika 10. Zadnje cijene dionica u kunama	22
Slika 11. Kretanje burzovnog indeksa CROBEX	23
Slika 12. Ulazni podaci	2524
Slika 13. Kompletirani podaci za dionice i CROBEX.....	27
Slika 14. Rizičnost pojedinih dionica	28
Slika 15. Izračun matrice kovarijanci prinosa na temelju uzorka.....	29
Slika 16. Matrica koeficijenata korelacije prinosa.....	30
Slika 17. Izračun beta koeficijenata	31
Slika 18. Portfelj s najmanjim rizikom (standardnom devijacijom) za portfelj koji se sastoji od dionica DDJH i KTJV.....	32
Slika 19. Niz investicijskih mogućnosti za različite portfelje koji se sastoje od odabranih dionica.....	33
Slika 20. Efikasna granica za portfelj koji se sastoji od dionica KTJV i SAPN.....	35
Slika 21. Optimalan rizični portfelj	36

POPIS TABLICA

Tablica 1. Odabrane dionice za portfelj	20
Tablica 2. Sumirani podatci prema visini rizika	34