

# PROIZVODNA FUNKCIJA S DVA VARIJABILNA FAKTORA

---

Talaja, Juraj

Undergraduate thesis / Završni rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Economics in Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Ekonomski fakultet u Osijeku**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:145:330589>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-08-14**



Repository / Repozitorij:

[EFOS REPOSITORY - Repository of the Faculty of Economics in Osijek](#)



Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

Ekonomski fakultet u Osijeku

Sveučilišni prijediplomski studij *Marketing*

Juraj Talaja

**PROIZVODNA FUNKCIJA S DVA VARIJABILNA FAKTORA**

Završni rad

Osijek, godina 2023.

Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku

Ekonomski fakultet u Osijeku

Sveučilišni prijediplomski studij *Marketing*

Juraj Talaja

## **PROIZVODNA FUNKCIJA S DVA VARIJABILNA FAKTORA**

Završni rad

**Kolegij: Mikroekonomika**

JMBAG: 0010222950

e-mail: jtalaja@efos.hr

Mentor: Izv.prof.dr.sc Ivan Kristek

Osijek, godina 2023.

Josip Juraj Strossmayer University of Osijek

Faculty of Economics and Business in Osijek

Undergraduate Study Marketing

Juraj Talaja


**PRODUCTION FUNCTION WITH TWO VARIABLE FACTOR**

Final paper

Osijek, year 2023.

## IZJAVA

### O AKADEMSKOJ ČESTITOSTI, PRAVU PRIJENOSA INTELEKTUALNOG VLASNIŠTVA, SUGLASNOSTI ZA OBJAVU U INSTITUCIJSKIM REPOZITORIJIMA I ISTOVJETNOSTI DIGITALNE I TISKANE VERZIJE RADA

1. Kojom izjavljujem i svojim potpisom potvrđujem da je ZAVRŠNI  
(navesti vrstu rada: završni / diplomski / specijalistički / doktorski) rad isključivo rezultat osobnoga rada koji se temelji na mojim istraživanjima i oslanja se na objavljenu literaturu. Potvrđujem poštivanje nepovredivosti autorstva te točno citiranje radova drugih autora i referiranje na njih.
2. Kojom izjavljujem da je Ekonomski fakultet u Osijeku, bez naknade u vremenski i teritorijalno neograničenom opsegu, nositelj svih prava intelektualnoga vlasništva u odnosu na navedeni rad pod licencom *Creative Commons Imenovanje – Nekomercijalno – Dijeli pod istim uvjetima 3.0 Hrvatska*. 
3. Kojom izjavljujem da sam suglasan/suglasna da se trajno pohrani i objavi moj rad u institucijskom digitalnom repozitoriju Ekonomskoga fakulteta u Osijeku, repozitoriju Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku te javno dostupnom repozitoriju Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu (u skladu s odredbama Zakona o visokom obrazovanju i znanstvenoj djelatnosti, NN 119/2022).
4. izjavljujem da sam autor/autorica predanog rada i da je sadržaj predane elektroničke datoteke u potpunosti istovjetan sa dovršenom tiskanom verzijom rada predanom u svrhu obrane istog.

**Ime i prezime studenta/studentice:** JURAJ TALAJA

**JMBAG:** 0010222950

**OIB:** 42458646655

**e-mail za kontakt:** juratalaja@gmail.com

**Naziv studija:** SVEUČILIŠNI PRIJEDIPLOMSKI STUDIJ MARKETING

**Naslov rada:** PROIZVODNA FUNKCIJA S DVA VARIJABILNA FAKTORA

**Mentor/mentorica rada:** IZV. PROF. DR. SC. IVAN KRISTEK

U Osijeku, 20.9.2023. godine

Potpis Talaj Juraj

## SAŽETAK

Proizvodna funkcija je temeljni pojam u ekonomiji koji analizira odnos između inputa (faktora proizvodnje) i outputa (roba ili usluga) u procesu proizvodnje. Ovaj sažetak daje pregled proizvodne funkcije s fokusom na slučajeve koji uključuju dva varijabilna čimbenika. U kontekstu proizvodnje, dva varijabilna čimbenika obično se odnose na rad i kapital. Proizvodna funkcija s dva varijabilna faktora istražuje kako promjene u količini rada i kapitala utječu na razinu outputa. Cilj mu je razumjeti kako tvrtke mogu optimizirati svoje proizvodne odluke kako bi povećale učinak i minimizirale troškove. Razumijevanje odnosa između inputa i outputa omogućuje tvrtkama donošenje pravovremenih odluka u vezi s optimalnom kombinacijom rada i kapitala za postizanje njihovih proizvodnih ciljeva. To uključuje određivanje razine inputa koja maksimizira output uz minimiziranje troškova, uzimajući u obzir faktore kao što su ograničenja resursa, cijene inputa i tehnološka učinkovitost.

***Gljučne riječi:*** Proizvodna funkcija, maksimizacija proizvodnje, minimizacija troškova

## ABSTRACT

Production function is a fundamental term in economics that analyzes the relationship between input ( production factor) and output ( goods or services) in the production process. This summary gives an overview of the production function with a focus on cases involving two variable factors. In the context of production, two variable factors usually relate to labor and capital. The production function with two variable factors explores how changes in the amount of labor and capital affect the level of output. Its goal is to understand how companies can optimize their production decisions to increase performance and minimize costs. Understanding the relationship between inputs and outputs allows companies to make timely decisions regarding the optimal combination of labor and capital to achieve their production goals. This includes determining the level of input that maximizes the output while minimizing costs, taking into account factors such as resource constraints, input prices, and technological efficiency.

***Key words:*** Production function, production maximization, cost minimization

# SADRŽAJ

## SAŽETAK

<b>1. PROIZVODNJA</b> .....	1
1.1. Proizvodna funkcija .....	1
1.2. Grafički prikaz – Izokvante .....	3
1.3. Proizvodnja s dva varijabilna faktora .....	5
1.4. Prinosi na opseg .....	9
<b>2. TROŠKOVI PROIZVODNJE</b> .....	11
2.1. Značaj troškova.....	11
2.2. Troškovi u kratkom i dugom roku .....	13
2.3. Minimizacija troškova .....	15
<b>3. MODEL MAKSIMIZACIJE PROIZVODNJE</b> .....	18
3.1. Model maksimizacije prihoda .....	18
3.2. Definiranje pravila maksimalne dobiti .....	20
3.3. Analiza optimalnih kombinacijskih faktora za maksimizaciju dobiti .....	23
<b>4. ZAKLJUČAK</b> .....	26
LITERATURA .....	27
POPIS SLIKA .....	29

# 1. PROIZVODNJA

## 1.1. Proizvodna funkcija

Teorija proizvodnje počinje s nekim prethodnim znanjem o tehničkim i/ili inženjerskim informacijama. Na primjer, ako poduzeće ima određenu količinu rada, zemljišta i strojeva, razina proizvodnje bit će određena tehničkim i inženjerskim uvjetima i ekonomist je ne može predvidjeti. Razina proizvodnje ovisi o tehničkim uvjetima. Ako postoji poboljšanje u tehnici proizvodnje, povećanje proizvodnje može se postići čak i uz istu (fiksnu) količinu faktora. Međutim, u danom vremenskom trenutku postoji samo jedna maksimalna razina outputa koja se može postići s danom kombinacijom faktora proizvodnje. Taj tehnički zakon koji izražava odnos između faktorskih inputa naziva se proizvodna funkcija. Proizvodna funkcija stoga opisuje zakone proizvodnje, odnosno transformaciju faktorskih inputa u proizvode (outpute) u bilo kojem određenom vremenskom razdoblju. Nadalje, proizvodna funkcija uključuje samo tehnički učinkovite metode proizvodnje. To je zato što nijedan racionalan poduzetnik neće koristiti neučinkovite metode.

Proizvodnja je proces transformacije određenih roba i usluga manje vrijednosti, koje nazivamo ulazima ili inputima, u druge robe i usluge veće vrijednosti, koje nazivamo izlazima ili outputima (Karić, 2009). Ulazi predstavljaju temelj ili resurse proizvodnog sustava, dok su izlazi rezultat funkcioniranja tog sustava (Buntak i Šuljagić, 2015). Pojam "resurs" dolazi od francuske riječi "ressource", što znači sredstvo ili izvor podrške koje se može iskoristiti na profitabilan način (Anić i Goldstein, 2000). Glavne skupine ulaza u proizvodnji su zemlja, kapital, rad i poduzetništvo, a temeljni čimbenici proizvodnje se dijele na sredstva za rad, predmete rada i ljudski rad. Za uspješnu proizvodnju potrebni su i znanje i vrijeme, budući da loši rezultati mogu nastati ako se određene radnje izvrše izvan predviđenog vremenskog roka. Druga definicija proizvodnje opisuje ju kao proces svrhovitog i svjesnog kombiniranja tri osnovne komponente - predmeta rada, sredstava za rad i ljudskog rada - kako bi se stvorile materijalne dobara i usluge potrebne u društvu (Žugaj, Šehanović i Cingula, 2004).

Proizvodna funkcija je koncept koji se široko koristi u ekonomiji za predstavljanje odnosa između inputa i outputa u procesu proizvodnje dobara ili usluga. Pruža matematički okvir za razumijevanje kako različiti čimbenici proizvodnje doprinose količini proizvedenog outputa. Proizvodna funkcija temeljni je alat u području ekonomije, posebice u proučavanju proizvodnje i gospodarskog rasta.



Jedna od najčešće korištenih proizvodnih funkcija je Cobb-Douglasova proizvodna funkcija. Uveli su je ekonomisti Charles W. Cobb i Paul H. Douglas u svom temeljnom djelu "Teorija proizvodnje" objavljenom 1928. (Cobb, Douglas, 1928) Cobb-Douglasova proizvodna funkcija ima oblik:

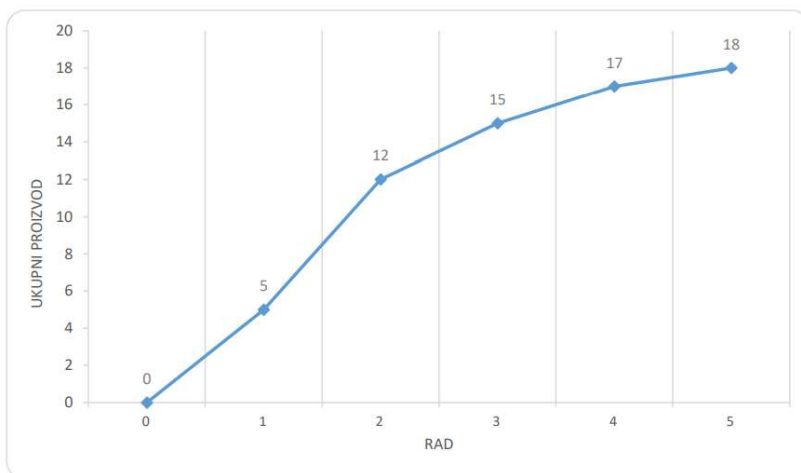
$$Q = A * K^{\alpha} * L^{\beta}$$

U ovoj jednadžbi Q predstavlja količinu proizvedenog outputa, K označava količinu fizičkog kapitala korištenog u proizvodnji, L predstavlja količinu uloženog rada, a A predstavlja ukupnu faktorsku produktivnost. Parametar  $\alpha$  je izlazna elastičnost kapitala, koja pokazuje postotnu promjenu outputa koja je rezultat promjene inputa kapitala od 1%, dok je  $\beta$  output elastičnost rada, koja predstavlja postotnu promjenu outputa koja je rezultat promjene inputa rada od 1%.

Koncept proizvodnih funkcija i njegove različite oblike ekonomisti su opsežno proučavali i razvijali tijekom godina. Značajni doprinosi uključuju rad Roberta Solowa o gospodarskom rastu i ulozi proizvodne funkcije u određivanju dugoročnih razina proizvodnje (Solow, 1957). Osim toga, predloženi su drugi funkcionalni oblici, kao što je CES (Konstantna elastičnost supstitucije) proizvodna funkcija, za hvatanje različitih karakteristika proizvodnih odnosa.

Prema autorima Polovina, Medić (2002), funkcija proizvodnje predstavlja vezu između proizvodnog rezultata i faktora koji su korišteni u proizvodnji. Ova funkcija zapravo opisuje odnos između izlaza (outputa) i ulaza (inputa) u proizvodnom procesu. Matematički oblik funkcije proizvodnje može se objasniti formulom  $O = f(L, K, N)$ .

Slika 1 Ukupni proizvod



Izvor: Ferenčak (2003)

Prema Ferenčak (2003), krivulja ukupnog proizvoda predstavlja količinu proizvoda koja se ukupno proizvodi. Na toj krivulji, veličina kapitala i zemlje ostaju nepromijenjene, dok se veličina rada povećava. Također, u uvjetima u kojima su kapital i zemlja fiksni, a rad se može mijenjati, krivulja ukupnog proizvoda oblikuje područje moguće i nemoguće proizvodnje. Područje iznad krivulje ukazuje na nemoguću proizvodnju i predstavlja proizvodnju koja nije dostupna proizvođaču. S druge strane, područje ispod krivulje predstavlja područje moguće proizvodnje, odnosno proizvodnju koju proizvođač može ostvariti.

Formulom  $O = f(L, K, N)$  prikazuje se proizvodna funkcija u kojoj je  $O$  output (izlaz) proizvodnog procesa.  $L$  označava količinu rada (input radne snage) koja se koristi u procesu proizvodnje,  $K$  predstavlja količinu kapitala (input kapitala) koji se koristi, a  $N$  označava količinu prirodnih resursa (input prirodnih resursa) koji su uključeni u proizvodnju.

Proizvodna funkcija omogućuje razumijevanje važnosti ukupnog proizvoda ( $O$ ), prosječnog proizvoda i graničnog proizvoda. Ukupni proizvod predstavlja količinu outputa koja se generira u proizvodnom procesu s određenim kombinacijama ulaznih faktora ( $L, K, N$ ). Prosječni proizvod je omjer ukupnog proizvoda i količine ulaznih faktora ( $O/L, O/K, O/N$ ), dok granični proizvod predstavlja dodatnu količinu outputa koja se generira promjenom jednog ulaznog faktora, dok se ostali faktori drže konstantnima ( $dO/dL, dO/dK, dO/dN$ ) (Mankiw, 2014).

Poznavanje proizvodne funkcije omogućuje analizu utjecaja ulaznih faktora na proizvodnju i njihovu optimalnu kombinaciju kako bi se postigao maksimalni output ili efikasnost u proizvodnom procesu.

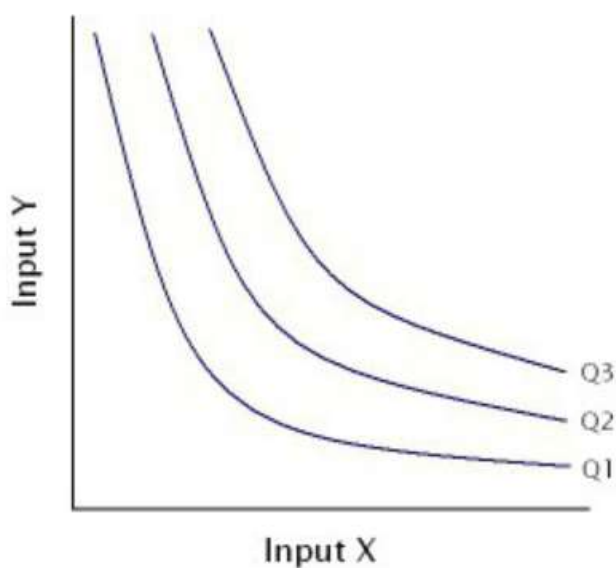
## **1.2. Grafički prikaz – Izokvante**

Izokvante su grafički prikazi koji povezuju kombinacije ulaznih faktora koji rezultiraju istom razinom proizvodnje. To su krivulje jednake proizvodnje ili jednakih razina outputa. Izokvante daju vizualni prikaz odnosa između inputa i outputa u procesu proizvodnje. Na grafikonu x-os predstavlja količinu jednog input faktora, kao što je rad, dok y-os predstavlja količinu drugog input faktora, kao što je kapital. Svaka izokvanta predstavlja različitu razinu izlaza koji se može postići mijenjanjem kombinacije ulaza uz održavanje konstantnosti izlaza.

Oblik i nagib izokvanti pružaju uvid u proizvodni proces. Izokvante koje su konveksne prema ishodištu ukazuju na opadajuću graničnu stopu tehničke supstitucije, pri čemu kompromis između inputa postaje manje povoljan što se više jednog inputa zamjenjuje drugim (Varian,

2014.). S druge strane, izokvante koje su linearne podrazumijevaju konstantnu graničnu stopu tehničke supstitucije, gdje se inputi mogu supstituirati u konstantnom omjeru bez smanjenja prinosa (Pindyck i Rubinfeld, 2013.). Izokvante igraju ključnu ulogu u analizi proizvodnje i donošenju odluka. Oni pomažu tvrtkama odrediti optimalnu kombinaciju inputa za postizanje željene razine outputa i procijeniti utjecaj promjena u količinama inputa na razine outputa. Analizirajući izokvante, tvrtke mogu prepoznati prilike za minimiziranje troškova i raspodjelu resursa u procesu proizvodnje.

Slika 2 Izokvante



Izokvante su bitan alat u teoriji i analizi proizvodnje. Oni pružaju dragocjene uvide u odnos između inputa i outputa u proizvodnom procesu. Ispitivanjem izokvanti, tvrtke mogu donositi pravovremene odluke o raspodjeli resursa, planiranju proizvodnje i optimizaciji troškova.

Jedan od ključnih koncepata povezanih s izokvantama je načelo opadajuće granične stope tehničke supstitucije (DMRTS). DMRTS sugerira da kako se jedan input zamjenjuje drugim dok se output održava konstantnim, granična stopa supstitucije između inputa se smanjuje. To implicira da inputi nisu savršeni nadomjesci i da postoje sve manji povrati od povećanja bilo kojeg pojedinačnog inputa dok se drugi drže konstantnima (Nicholson i Snyder, 2012.).

Izokvante također omogućuju tvrtkama da analiziraju ekonomiju razmjera i opsega. Ekonomija razmjera odnosi se na troškovne prednosti koje proizlaze iz povećanja opsega proizvodnje, dok se ekonomija opsega odnosi na troškovne prednosti koje proizlaze iz proizvodnje više proizvoda ili zajedničkog korištenja više inputa. Promatrajući oblik i razmak izokvanti,

poduzeća mogu utvrditi doživljavaju li rastuće, stalne ili opadajuće povrate na obujam (Besanko i sur., 2013.). Nadalje, izokvante olakšavaju identifikaciju izvedivih i nedostižnih proizvodnih kombinacija. Točke koje leže na ili unutar krivulje izokvante predstavljaju moguće proizvodne kombinacije, dok su točke izvan krivulje nedostižne s obzirom na raspoložive inpute i tehnologiju. Ove informacije pomažu tvrtkama da razumiju proizvodne mogućnosti i ograničenja s kojima se suočavaju (Perloff, 2014.).

### 1.3. Proizvodnja s dva varijabilna faktora

Izokvanta je mjesto svih kombinacija dva faktora proizvodnje koji daju istu razinu outputa. Shvatimo koncept izokvante uz pomoć primjera. Pretpostavimo da tvrtka želi proizvesti 100 jedinica robe X i u tu svrhu može koristiti bilo koji od šest procesa navedenih u tablici

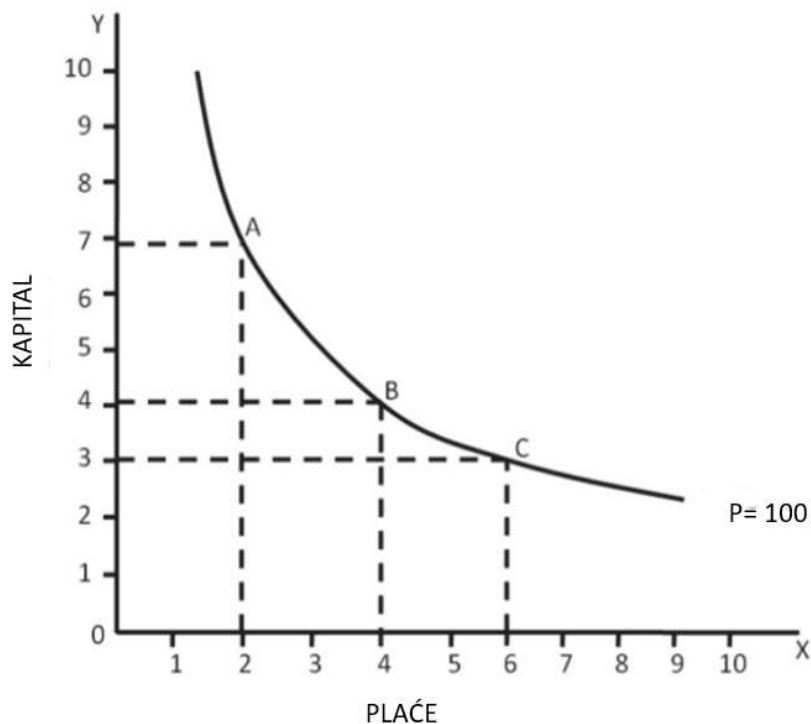
Tablica 1 Izokvantna tablica koja prikazuje kombinacije rada i kapitala

Postupak	Jedinice rada	Jedinice kapitala
1	1	10
2	2	7
3	3	5
4	4	4
5	6	3
6	9	2

Izvor: Izrada autora prema: Mankiw, 2014

Iz tablice 1 jasno je da svih šest procesa daje istu razinu outputa, to jest 100 jedinica X. Prvi proces je očito kapitalno intenzivan. Budući da pretpostavljamo mogućnosti faktorske supstitucije, nalazimo da poduzeću stoji na raspolaganju još pet procesa i u svakom od njih faktorski intenziteti se razlikuju. Šesti proces je radno najintenzivniji ili najmanje kapitalno intenzivan. Grafički možemo prikladno konstruirati izokvantu za dva faktora proizvodnje, recimo rad i kapital. Jedna takva izokvanta prikazana je na slici 3.

Slika 3 Proizvodnja s dva varijabilna faktora



Izvor: Mankiw, 2014

Ovisno o stupnju zamjenjivosti faktora, izokvante mogu poprimiti tri oblika kategorizirane kao (Mankiw, 2014).

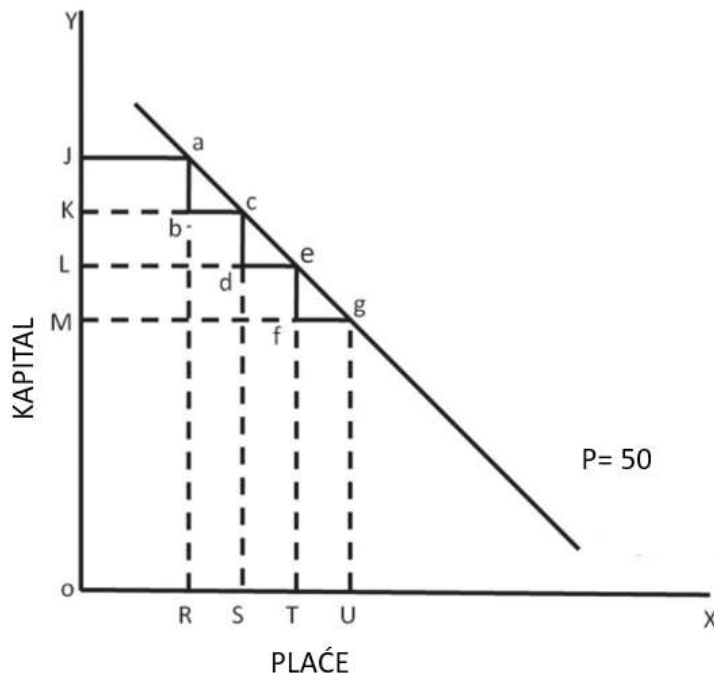
1. Konveksna izokvanta
2. Linearna izokvanta
3. Input-output izokvanta

1) Konveksna izokvanta: Ova izokvanta ima oblik krivulje koja se spušta s lijeva na desno. kao što je prikazano na slici 3.

2) Linearna izokvanta: U slučaju savršene zamjenjivosti faktora proizvodnje, izokvanta će poprimiti oblik ravne linije koja se slijeva nadesno spušta prema dolje kao što je prikazano na slici 4. Na slici 4 prikazano je da kada se količina rada poveća za RS, količina kapitala može se smanjiti za JK kako bi se proizvela konstantna razina outputa, tj. 50 jedinica X. Isto tako, pri povećanju količine rada za ST, moguće je smanjiti količinu kapitala za KL, a povećanjem količine rada za TU, količina kapitala može se smanjiti za LM za proizvodnju 50 jedinica X. Budući da je u odnosu na rad  $RS = ST = TU$  i u s obzirom na kapital  $JK = KL = LM$ , jasno je da konstantna količina rada nadomješta konstantnu količinu kapitala. To implicira da se određena roba može proizvesti korištenjem samo rada ili samo kapitala ili beskonačnim

kombinacijama rada i kapitala. U stvarnom svijetu proizvodnje to se rijetko događa. Stoga se linearna silazna izokvanta može uzeti samo kao iznimka.

Slika 4 U slučaju savršene zamjenjivosti čimbenika proizvodnje izokvant



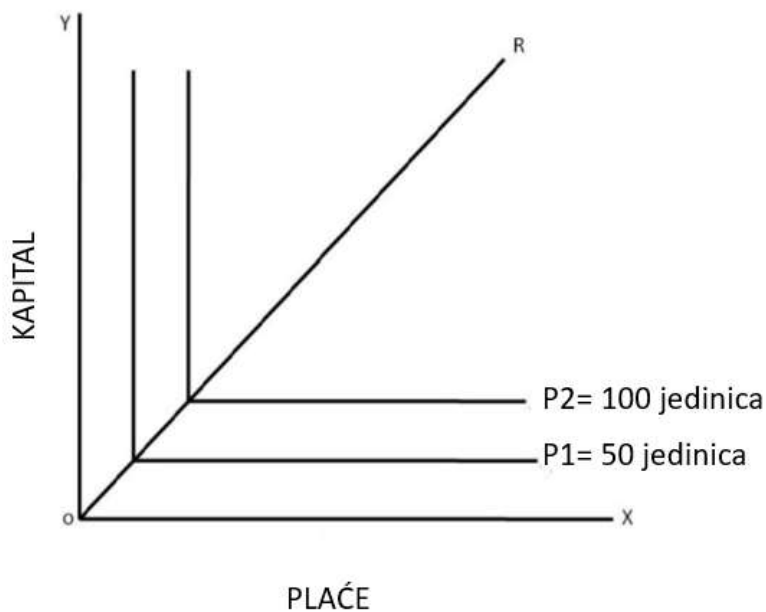
Izvor: Mankiw, 2014

3) Input-Output izokvant: Kada faktori proizvodnje nisu supstituti nego komplementarni, tehnički koeficijenti su fiksni. To znači da se optimalna proizvodnja postiže samo kada se faktori proizvodnje koriste u fiksnom omjeru. U ovoj situaciji, ako proizvođač koristi jedan faktor proizvodnje više nego što je potrebno fiksnim omjerom, neće doći do povećanja proizvodnje. U slučaju komplementarnih faktora proizvodnje, oblik izokvante je pod pravim kutom ili poput slova 'L' kao što je prikazano na slici 5. Kao što je jasno sa slike, izokvantu čine dvije ravne crte, jedna okomita, a druga vodoravna, a te dvije crte su okomite jedna na drugu.

Zajednička točka ovih linija je konveksna prema ishodištu. Ova vrsta izokvante također se naziva Leontiefova izokvanta po Vasiliju Leontiefu koji je napravio pionirski rad na polju input-output analize. Izokvanta input-outputa ne znači da će se povećanjem količine dvaju čimbenika proizvodnje, tj. rada i kapitala, output proporcionalno povećati; to samo implicira da se za proizvodnju bilo koje količine robe kapital i rad moraju koristiti u fiksnom omjeru. Na slici 5, nagib izokvante P1 i P2 pokazuje da se omjer kapitala i rada mora održavati kako bi se osigurala učinkovitost u proizvodnji.

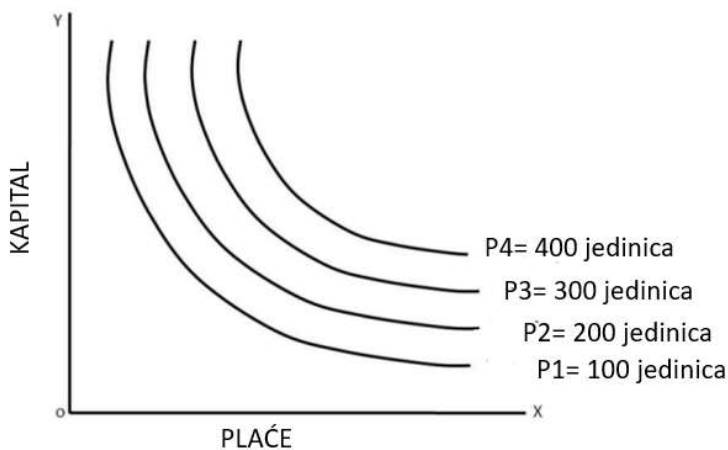
Proizvodna funkcija pokazuje kako output varira s promjenom inputa faktora. Stoga uvijek postoji niz izokvanti za proizvođača koje prikazuju razine proizvodnje (jedna izokvanta prikazuje jednu određenu razinu proizvodnje). Izokvante bliže točki nastanka predstavljaju relativno nižu razinu proizvodnje. Razina proizvodnje raste kako se udaljavamo od ishodišta i idemo prema višim izokvantama. Kompletan skup izokvanti za proizvođača naziva se karta izokvanti. Jedna takva karta izokvanti koja prikazuje četiri izokvante prikazana je na slici 6.

Slika 5 Ako se čimbenici proizvodnje mogu koristiti samo u fiksnom omjeru, izokvanta je u obliku slova 'L' i poznata je kao input-output izokvanta



Izvor: Mankiw, 2014

Slika 6 Kada se više izokvanti prikaže zajedno, dobivamo mapu izokvanti



Izvor: Mankiw, 2014

Na slici 6, P je najveća izokvanta i predstavlja najvišu razinu outputa, tj. 400 jedinica. P3, P2 i P1 predstavljaju niže izlazne razine tim redoslijedom. Može se, međutim, primijetiti da udaljenost između dvije izokvante na karti izokvanti ne mjeri apsolutnu razliku između izlaznih razina.

Izokvantna analiza obično se temelji na sljedećim pretpostavkama (Perloff, 2014):

1. Postoje samo dva faktora ili inputa proizvodnje. Ovo čini geometrijsko izlaganje koncepta lakim jer možemo lako nacrtati dijagram.
2. Čimbenici proizvodnje su djeljivi u male jedinice i mogu se koristiti u različitim omjerima.
3. Tehnički uvjeti izrade su dani i nije ih moguće mijenjati u bilo kojem trenutku
4. S obzirom na tehničke uvjete proizvodnje, različiti čimbenici proizvodnje koriste se na najučinkovitiji način. Ako se ova pretpostavka napusti, tada će bilo koja kombinacija čimbenika proizvodnje dati više različitih razina proizvodnje od kojih bi najviša dobivena razina bila učinkovita (a sve niže razine proizvodnje neučinkovite).

#### **1.4. Prinosi na opseg**

Prinosi na opseg temeljni su koncept u ekonomiji proizvodnje koji ispituje odnos između promjena u razinama inputa i rezultirajućih promjena u outputu. Pruža uvid u učinkovitost i produktivnost proizvodnih procesa kako opseg proizvodnje varira (Hicks, 1932.). Razumijevanje povrata na razmjere ključno je za optimizaciju raspodjele resursa i donošenje odluka u proizvodnim sustavima. Povećanje prinosa na opseg događa se kada razmjerno povećanje inputa dovodi do više nego proporcionalnog povećanja outputa, što ukazuje na ekonomiju razmjera (Romer, 1986; Lucas, 1988). To implicira da kako se opseg proizvodnje širi, postoji viša razina učinkovitosti i produktivnosti, što rezultira većim outputom od povećanja inputa. Studije su pokazale da čimbenici poput specijalizacije, podjele rada i poboljšane upotrebe kapitala doprinose povećanju povrata na razmjer (Romer, 1986.).

S druge strane, stalni povrati na razmjer sugeriraju da razmjerno povećanje inputa dovodi do proporcionalnog povećanja outputa. U tom slučaju učinkovitost i produktivnost proizvodnog procesa ostaju konstantni bez obzira na opseg proizvodnje (Solow, 1956; DeLong, 1988). To ukazuje da proizvodni sustav radi u optimalnom opsegu i svako daljnje povećanje ili smanjenje razine inputa ne bi proporcionalno značajno utjecalo na output.



Alternativno, opadajući povrat na razmjer događa se kada proporcionalno povećanje inputa dovodi do manje od proporcionalnog povećanja outputa. To ukazuje da kako se opseg proizvodnje širi, učinkovitost i produktivnost počinju opadati. Čimbenici kao što su smanjeni granični prinosi, povećani izazovi koordinacije i ograničenja resursa mogu pridonijeti smanjenju prinosa na razmjer (Henningsen i Henningsen, 2010.).

Razumijevanje koncepta povrata na razmjere pruža vrijedne uvide menadžerima i kreatorima politika u optimizaciji proizvodnih procesa. Pomaže u određivanju odgovarajućeg opsega proizvodnje, identificiranju prilika za poboljšanja učinkovitosti i učinkovitom raspoređivanju resursa.

U cilju maksimiziranja profita, poduzećima je važno odrediti optimalan opseg proizvodnje. Pri donošenju odluka o najpovoljnijoj razini opsega proizvodnje, poduzetnici koriste koncepte graničnih troškova i graničnih prihoda. Praćenje graničnih troškova omogućuje poduzetnicima da razumiju kako se mijenjaju troškovi po jedinici proizvoda s promjenom opsega proizvodnje. Praćenje graničnih prihoda omogućuje poduzetnicima da razumiju kako se mijenja prihod po jedinici proizvoda s promjenom opsega proizvodnje. Analizom odnosa prihoda i troškova, poduzetnici mogu odrediti optimalni opseg proizvodnje, tj. količinu proizvoda koju trebaju proizvesti kako bi maksimizirali svoju dobit (Karić, 2008).

## 2. TROŠKOVI PROIZVODNJE

### 2.1. Značaj troškova

Prodajući proizvedeno poduzeće ostvaruje primanja koja su poznata kao ukupni prihod. Na drugoj strani, poduzeće ima obvezu plaćati usluge inputa koje koristi. Ta plaćanja su poznata kao ukupni trošak poduzeća. Cilj je, dakle, poduzeća maksimalizirati pozitivnu razliku između ukupnog prihoda i ukupnog troška – profit. Nimalo laka zadaća. Često se, naime, događa da ukupni trošak bude veći od ukupnog prihoda te da poduzeće ostvari gubitak (Ferenčak, 2003).

Koncepciju troškova razlikujemo u odnosu na mogućnost variranja tijekom promatranog razdoblja (Pavić, 2007):

- Fiksni troškovi
- Varijabilni troškovi

Koncepciju troškova razlikujemo u odnosu na raspoloživost inputa potrebnih za proizvodnju određenog outputa:

- Eksplicitni troškovi
- Implicitni troškovi.

Koncepciju troškova razlikujemo u odnosu na mogućnost da se odlukom utječe na troškove:

- Nadoknadivi troškovi
- Nenadoknadivi troškovi

Prva podjela troškova odnosi se na njihovu raspodjelu u odnosu na razinu proizvodnje. Fiksni troškovi su troškovi koji se ne mijenjaju s promjenom razine proizvodnje. Oni su povezani s ulaganjima u infrastrukturu, kao što su zakup prostora ili amortizacija kapitalnih dobara. Bez obzira na to koliko se proizvodnja povećava ili smanjuje, fiksni troškovi ostaju nepromijenjeni. Nasuprot tome, varijabilni troškovi se mijenjaju u skladu s razinom proizvodnje. Oni uključuju troškove sirovina, radne snage i energije koji se povećavaju ili smanjuju ovisno o količini proizvedenih dobara ili usluga.

Druga podjela troškova odnosi se na način na koji se izražavaju ili evidentiraju. Eksplicitni troškovi su izravno mjerljivi novčani izdaci koje poduzeće poduzima kako bi steklo resurse potrebne za proizvodnju. To uključuje plaće, sirovine, troškove energije, zakup i ostale kupovine. S druge strane, implicitni troškovi su neizravni troškovi koji se ne izražavaju izravno

u novčanim izdacima, već predstavljaju priliku ili vrijednost koju poduzeće gubi korištenjem vlastitih resursa u proizvodnji. Primjer implicitnih troškova može biti alternativna upotreba vlasničkog kapitala ili neplaćeni rad vlasnika poduzeća.

Treća podjela troškova odnosi se na sposobnost poduzetnika da utječu na troškove odlukama koje donose. Nadoknadivi troškovi su troškovi koji se mogu kontrolirati i promijeniti ovisno o odlukama poduzetnika. To uključuje troškove sirovina, radne snage, marketinga i drugih operativnih troškova. S druge strane, nenadoknadivi troškovi su troškovi koji se ne mogu kontrolirati ili promijeniti kratkoročnim odlukama poduzetnika. Primjer nenadoknadivih troškova su troškovi vezani uz dugoročne ugovore ili ulaganja u specifičnu opremu ili tehnologiju.

Troškovi igraju značajnu ulogu u makroekonomiji jer utječu na različite aspekte gospodarstva, uključujući inflaciju, cijene, produktivnost i raspodjelu dohotka. Razumijevanje važnosti troškova ključno je za analizu ekonomske uspješnosti i formuliranje učinkovite ekonomske politike.

Jedno ključno područje u kojem su troškovi od velike važnosti je inflacija. Inflacija je održivo povećanje opće razine cijena tijekom vremena. Troškovi, posebice troškovi rada, glavni su pokretač inflatornih pritisaka. Kada troškovi rada rastu, poduzeća mogu te veće troškove prenijeti na potrošače u obliku viših cijena, što dovodi do inflatornih pritisaka (Blanchard, 2017.). Središnje banke i kreatori politika pomno prate razvoj troškova kako bi procijenili inflatorne pritiske i proveli odgovarajuću monetarnu politiku.

Troškovi također utječu na dinamiku cijena u gospodarstvu. Promjene u troškovima inputa, kao što su cijene sirovina ili energije, mogu utjecati na cijene konačnih dobara i usluga. Veći troškovi inputa mogu dovesti do inflacije uzrokovane troškovima, pri čemu poduzeća povećavaju cijene kako bi održala svoje profitne marže (Mankiw, 2014.). Razumijevanje dinamike troškova ključno je za analizu kretanja cijena i procjenu njihova utjecaja na kupovnu moć potrošača.

Štoviše, troškovi igraju ključnu ulogu u određivanju razine produktivnosti. Produktivnost mjeri učinkovitost korištenja resursa u stvaranju rezultata. Upravljanjem i minimiziranjem troškova, poduzeća mogu poboljšati svoju razinu produktivnosti i ukupnu konkurentnost. Učinkovite strategije upravljanja troškovima, poput ulaganja u tehnologiju, racionalizacije proizvodnih procesa i optimiziranja raspodjele resursa, mogu povećati produktivnost i gospodarski rast (Solow, 1956.). Nadalje, troškovi imaju implikacije na raspodjelu dohotka unutar gospodarstva.

Troškovi plaća, na primjer, određuju udio nacionalnog dohotka koji ide na rad. Promjene u troškovima rada, kao što su politike minimalne plaće ili kolektivni ugovori, mogu utjecati na raspodjelu dohotka utječući na kupovnu moć radnika i profitabilnost poduzeća (Piketty, 2014.). Analiza troškovnih struktura i njihovih distribucijskih implikacija ključna je za razumijevanje dohodovne nejednakosti i dizajniranje pravične ekonomske politike.

## **2.2. Troškovi u kratkom i dugom roku**

Kratki rok je koncept koji kaže da je, unutar određenog razdoblja u budućnosti, barem jedan input fiksni, dok su drugi promjenjivi. U ekonomiji izražava ideju da se gospodarstvo ponaša različito ovisno o duljini vremena koje mora reagirati na određene podražaje. Kratki rok se ne odnosi na određeno vremensko razdoblje, već je jedinstven za tvrtku, industriju ili ekonomsku varijablu koja se proučava. Ključno načelo koje vodi koncept kratkoročnog i dugoročnog razdoblja jest da se kratkoročno poduzeća suočavaju i s varijabilnim i s fiksnim troškovima, što znači da proizvodnja, nadnice i cijene nemaju punu slobodu da postignu novu ravnotežu. Ravnoteža se odnosi na točku u kojoj su suprotne sile uravnotežene. Kratkoročno razdoblje kao ograničenje razlikuje se od dugoročnog. Kratkoročno, najmovi, ugovori i sporazumi o plaćama ograničavaju sposobnost tvrtke da prilagodi proizvodnju ili plaće kako bi održala stopu dobiti. Dugoročno gledano, nema fiksnih troškova; troškovi nalaze ravnotežu kada kombinacija outputa koje poduzeće nudi rezultira traženom količinom dobara po najnižoj mogućoj cijeni.

Kratkoročnu funkciju troškova moguće je ocijeniti iz podataka vremenskog niza za samo jedno poduzeće u razdoblju tijekom kojega je imalo postrojenje fiksnoga kapaciteta, koje je korišteno na različitim razinama (na primjer, zbog kolebanja u potražnji) (Karić, 2009).

Dugoročno je situacija u ekonomiji u kojoj su svi faktori proizvodnje i troškovi promjenjivi. Dugoročno omogućuje tvrtkama da posluju i prilagode sve troškove. Također postoji različit broj proizvođača na tržištu, što znači da poduzeća mogu ući i izaći s tržišta tijekom razdoblja profitabilnosti i gubitaka. Dugoročno gledano, profit je običan, dakle nema ekonomske dobiti. Dok tvrtka može biti monopol u kratkom roku, može očekivati konkurenciju u dugom roku.

Dugoročnu funkciju troškova možemo procijeniti ili iz uzorka vremenskih nizova koji uključuju podatke o troškovima i proizvodnji samo jednog poduzeća, čiji se opseg operacija povećavao (uz nepromijenjenu razinu tehničkog znanja) ili iz uzorka više poduzeća u

određenom vremenskom trenutku koja su s različitim veličinama postrojenja proizvodila optimalno (uz minimalne troškove) (Karić, 2009).

Izraz dugoročno se koristi za opisivanje ekonomske situacije u kojoj je proizvođač fleksibilan u svojim proizvodnim odlukama. Ovu situaciju karakteriziraju promjenjivi inputi, uključujući između ostalog kapital, rad, materijale i opremu. Poduzeća mogu ili proširiti ili smanjiti proizvodni kapacitet kada postoji dugi rok. Također postoji mogućnost ulaska ili izlaska iz industrije na temelju očekivane dobiti. Poduzeća shvaćaju da ne mogu promijeniti svoje razine proizvodnje kako bi postigla ravnotežu između ponude i potražnje (Solow, 1957).

U makroekonomiji, dugi rok je razdoblje kada se opća razina cijena, ugovorne stope plaća i očekivanja u potpunosti prilagođavaju stanju gospodarstva. To je u suprotnosti s kratkoročnim, kada se ove varijable možda neće u potpunosti prilagoditi. Dugoročni modeli također se mogu odmaknuti od kratkoročne ravnoteže, u kojoj ponuda i potražnja reagiraju na razine cijena s većom fleksibilnošću. Poduzeća mogu promijeniti razine proizvodnje kao odgovor na očekivanu ekonomsku dobit. Na primjer, tvrtka može provesti promjenu povećanjem (ili smanjenjem) opsega proizvodnje kao odgovor na dobit (ili gubitke), što može uključivati izgradnju novog pogona ili dodavanje proizvodne linije (Perloff, 2014).

Dugoročno, poduzeće će tražiti proizvodnu tehnologiju koja mu omogućuje proizvodnju željene razine proizvodnje uz najniže troškove. Ako tvrtka ne proizvodi po najnižim mogućim troškovima, može izgubiti tržišni udio u korist konkurenata koji mogu proizvoditi i prodavati po minimalnim troškovima. Dugi rok povezan je s dugoročnim prosječnim troškom (LRAC), prosječnim troškom proizvodnje koji je izvediv kada su svi faktori proizvodnje varijabilni. LRAC krivulja je krivulja duž koje bi tvrtka dugoročno minimizirala svoj trošak po jedinici za svaku odgovarajuću količinu outputa (Solow, 1957).

Krivulja LRAC sastoji se od skupine krivulja kratkoročnih prosječnih troškova (SRAC), od kojih svaka predstavlja jednu određenu razinu fiksnih troškova. Krivulja LRAC će stoga biti najjeftinija krivulja prosječnog troška za bilo koju razinu proizvodnje. Sve dok je LRAC krivulja u opadanju, tada se iskorištavaju unutarnje ekonomije razmjera.

Dugi rok je suprotnost kratkoročnom. Ovo je ekonomska situacija u kojoj tvrtke žele ispuniti cilj u kratkom vremenskom razdoblju kada potražnja za proizvodom ili uslugom raste.

Za razliku od dugoročnog, kratkoročni uključuje barem jedan čimbenik proizvodnje koji je fiksni dok su svi ostali varijabilni dok su troškovi fiksni pa nema ravnoteže između ovih

čimbenika. To znači da nema fleksibilnosti kada su u pitanju inputi ili outputi jer su troškovi fiksni. Dok su obični profiti tipični za dugi rok, kratkoročni dopušta tvrtkama da ostvare ekonomsku ili iznimnu dobit (Solow, 1957).

### **2.3. Minimizacija troškova**

Minimiziranje troškova temeljni je cilj za tvrtke koje žele poboljšati svoje financijske rezultate i održati konkurentnost na današnjem dinamičnom tržištu. Učinkovitim upravljanjem troškovima organizacije mogu optimizirati svoje proizvodne procese, učinkovito alocirati resurse i postići veću profitabilnost.

Kako bi minimizirali troškove, tvrtke koriste različite strategije prilagođene njihovoj specifičnoj industriji i operativnim zahtjevima. Te strategije mogu uključivati:

a. Ekonomija razmjera: Iskorištavanje ekonomije razmjera omogućuje tvrtkama smanjenje proizvodnih troškova po jedinici raspoređivanjem fiksnih troškova na veći obujam proizvodnje. Ova strategija omogućuje tvrtkama postizanje troškovnih prednosti kroz povećanje razine proizvodnje i poboljšanu učinkovitost

b. Tehnike vitke proizvodnje: Primjena načela vitke proizvodnje, kao što je pravodobno upravljanje zalihama, smanjenje otpada i kontinuirano poboljšanje procesa, može značajno smanjiti troškove uz održavanje kvalitete i zadovoljstva kupaca (Mankiw, 2014.).

Implikacije minimiziranja troškova:

Minimiziranje troškova ima nekoliko implikacija za tvrtke, uključujući:

a. Konkurentska prednost: Minimiziranjem troškova, organizacije mogu ponuditi svoje proizvode ili usluge po konkurentnim cijenama, povoljno se pozicionirajući na tržištu i privlačeći više kupaca.

b. Raspodjela resursa: Učinkovito upravljanje troškovima omogućuje poduzećima da strateški rasporede resurse, usmjeravajući ih prema aktivnostima s dodanom vrijednošću koje pridonose produktivnosti i profitabilnosti (Drucker, 1954.).

Optimizacija troškova:

Učinkovita optimizacija troškova uključuje analizu strukture troškova, identificiranje pokretača troškova i provedbu mjera za poboljšanje učinkovitosti. Ključni pristupi optimizaciji troškova uključuju:

a. Analiza troškova: Provođenje sveobuhvatne analize troškova pomaže poduzećima da razumiju raščlambu različitih komponenti troškova i identificiraju područja za potencijalne uštede.

b. Tehnologija i automatizacija: prihvaćanje tehnološkog napretka, kao što su automatizacija i napredna analitika podataka, može povećati učinkovitost proizvodnje, smanjiti troškove rada i poboljšati ukupnu operativnu izvedbu (Brynjolfsson i McAfee, 2014.).

Minimiziranje troškova ključni je aspekt upravljanja proizvodnjom i igra ključnu ulogu u postizanju održivog rasta i profitabilnosti. Usvajanjem strategija minimiziranja troškova, organizacije mogu optimizirati svoje proizvodne procese, steći konkurentsku prednost i maksimizirati svoj financijski učinak. Štoviše, učinkovita optimizacija troškova kroz rigoroznu analizu i prihvaćanje tehnološkog napretka može dodatno povećati učinkovitost i poboljšati procese donošenja odluka. Minimalizacija troškova podrazumijeva sposobnost proizvođača da optimiziraju kombinaciju rada i kapitala u proizvodnji kako bi postigli najniže moguće cijene. Bitno je da se pritom održava visoka kvaliteta proizvoda. Kvaliteta se odnosi na vrijednost, karakteristike ili svojstva proizvoda. Proizvođačima se dugoročno omogućava fleksibilnost u donošenju odluka vezanih za zapošljavanje, veličinu radnog prostora, nabavku tehnologije itd. Postoje dvije različite vrste procesa (Pavić, 2007):

- Kapitalno intenzivan proces uključuje veliku upotrebu kapitala i manju upotrebu radne snage.
- Radno intenzivan proces uključuje manju upotrebu kapitala i veću upotrebu radne snage.

Minimiziranje troškova je temeljni koncept u ekonomiji koji igra ključnu ulogu u alokaciji resursa i proizvodnim odlukama. Nastojeći minimizirati troškove, poduzeća mogu postići učinkovitost i povećati svoju konkurentnost na tržištu. Ovaj esej istražuje principe minimiziranja troškova iz mikroekonomskih temelja i naglašava njegove implikacije u širem kontekstu makroekonomije (Mankiw, 2014.).

U svojoj srži, smanjenje troškova vrti se oko optimizacije raspodjele resursa kako bi se postigli najniži mogući troškovi uz održavanje željene razine proizvodnje. To uključuje pažljivu analizu čimbenika kao što su proizvodna funkcija, supstitucija inputa, ekonomija razmjera i tehnološki napredak. Proizvodna funkcija služi kao kamen temeljac u razumijevanju minimizacije troškova. Prikazuje odnos između inputa (faktora proizvodnje) i outputa (roba ili usluga) i pruža uvid u strukturu troškova poduzeća. Analizirajući proizvodnu funkciju, poduzeća mogu

prepoznati optimalnu kombinaciju inputa koja minimizira troškove za danu razinu outputa. Različiti funkcionalni oblici proizvodne funkcije, poput linearne, kvadratne ili Cobb-Douglasove, nude različite uvide u implikacije troškova različitih kombinacija inputa (Brynjolfsson i McAfee, 2014.).



### 3. MODEL MAKSIMIZACIJE PROIZVODNJE

#### 3.1. Model maksimizacije prihoda

Prema Hornbyju (1995.), teorije poduzeća mogu se klasificirati u pet glavnih škola mišljenja, a to su: klasična maksimizacija profita, menadžerske teorije, bihevioralne teorije, paradigma struktura-ponašanje-učinak i pristup transakcijskim troškovima. Klasična teorija maksimiziranja profita ili kako bi je neki također mogli nazvati neoklasičnom ekonomskom teorijom poduzeća može se pratiti još od pisanja Adama Smitha u djelu *The Wealth of Nations* (Lynch, 2000). Kao što je Adam Smith tvrdio da će svaka poslovna osoba s vlastitom tvrtkom (na temelju ugovornih obveza prema vlasnicima) djelovati u vlastitom interesu kako bi maksimizirala profit i time povećala ukupnu dobrobit društva. Ova je teorija tada dobila značajnu pozornost Alfreda Mashalla u njegovoj knjizi *Principles of Economics* koja je objavljena 1890. (Hornby, 1995.). Daljnji doprinosi teoriji također su dodani spisima Robinsona (1933.), Chamberlaina (1933.) i Coasea (1937.). Međutim, u ovoj fazi ova teorija još uvijek prihvaća ekonomsku perspektivu u kojoj je glavna premisa da poduzeća u biti pokušavaju maksimizirati svoj profit izjednačavanjem svojih graničnih prihoda s graničnim troškovima. Tek je 1950-ih i 1960-ih ova teorija dobila značajnu pozornost u području strateškog menadžmenta kroz pisce kao što su Igor Ansoff, Alfred Chandler i Alfred Sloan (Lynch, 2000). Ansoff (1989) je posebno izjavio da "...poduzeće teži svojim ciljevima kroz medij profita i, točnije, kroz pretvaranje svojih resursa u dobra i/ili usluge i zatim dobivanje povrata od njih prodajom kupcima. U tom smislu, opstanak poduzeća ovisi o dobiti; osim ako se profit ne stvori i ne koristi za stvaranje budućeg profita i zamjenu resursa, tvrtka će na kraju propasti".

Ova je teorija ponovno došla u središte pozornosti tijekom 1960-ih objavljivanjem knjige Friedmana (1962.), koja označava početak dugih rasprava o društvenoj odgovornosti poduzeća. Međutim, tek je 1970. Friedman (1970.) javno iznio stvarnu izjavu te teorije, kako je spomenuo: "U sustavu slobodnog poduzetništva, privatnog vlasništva, izvršni direktor poduzeća je zaposlenik vlasnika posao. Ima izravnu odgovornost prema svojim poslodavcima. Ta je odgovornost voditi posao u skladu s njihovim željama, a to će općenito biti zarađivati što je više moguće novca uz poštovanje osnovnih pravila društva, kako onih utjelovljenih u zakonu, tako i onih utjelovljenih u etičkim običajima." Ova Friedmanova izjava (1970.) također je označila promjenu teorijske perspektive, u kojoj maksimiziranje profita može biti krajnji cilj samo dok to dopuštaju zakon i etički običaji.

Maksimiziranje prihoda temeljni je cilj za poduzeća u različitim industrijama. Sposobnost optimiziranja stvaranja prihoda ključna je za dugoročni financijski uspjeh i održivost. Kako bi postigle ovaj cilj, tvrtke koriste niz strategija i modela osmišljenih za povećanje potencijala prihoda..

Jedna od primarnih komponenti modela maksimiziranja prihoda je strategija određivanja cijena. Određivanje cijene izravno utječe na potražnju kupaca i stvaranje prihoda. Poduzeća moraju pažljivo procijeniti tržišne uvjete, konkurentsko okruženje i preferencije potrošača kako bi odredila optimalnu strategiju određivanja cijena (Ferreira et al., 2021.). Uobičajeni pristupi uključuju cijene plus cijene, cijene temeljene na vrijednosti i dinamičke cijene. Na primjer, tehnike dinamičkog određivanja cijena, kao što je povećanje cijena u transportnoj industriji, omogućuju tvrtkama da prilagode cijene na temelju fluktuacija potražnje, čime se maksimizira prihod (Brynjolfsson i sur., 2014.).

Razumijevanje obrazaca potražnje i preferencija kupaca ključno je za maksimiziranje prihoda. Poduzeća provode sveobuhvatnu analizu potražnje kako bi identificirala ciljana tržišta, procijenila elastičnost potražnje i odredila optimalne cijene i strategije pozicioniranja proizvoda. Istraživanjem tržišta poduzeća mogu identificirati segmente kupaca i njihovu spremnost da plate, što im omogućuje da prema tome prilagode svoje ponude (Ferreira i sur., 2021). Napredna analitika i uvidi temeljeni na podacima igraju značajnu ulogu u otkrivanju ponašanja potrošača i predviđanju fluktuacija potražnje.

Učinkovita segmentacija tržišta još je jedna vitalna komponenta maksimiziranja prihoda. Dijeleći tržište u različite segmente na temelju demografskih, psihografskih ili geografskih karakteristika, poduzeća mogu prilagoditi svoje marketinške napore i ponudu određenim skupinama kupaca (Kotler et al., 2019.). Razumijevanjem jedinstvenih potreba, preferencija i ponašanja pri kupnji različitih tržišnih segmenata, tvrtke mogu razviti ciljne marketinške strategije koje povećavaju potencijal prihoda.

Promotivne i marketinške strategije sastavni su dio maksimiziranja prihoda. Tvrtke koriste različite kanale, kao što su oglašavanje, odnosi s javnošću, društveni mediji i utjecajni marketing, kako bi podigli svijest, potaknuli interes i potaknuli angažman kupaca. Učinkovite marketinške kampanje iskorištavaju uvide u klijente za razvoj uvjerljivih poruka i kreativnog sadržaja koji ima odjeka kod ciljne publike (Babin i sur., 2021). Kroz strateške marketinške napore, tvrtke mogu povećati vidljivost robne marke, privući nove kupce i maksimalno povećati prihod.

Kada poduzeća pokušavaju maksimizirati profit, zapravo se trude povećati razliku između ukupnih prihoda i ukupnih troškova. Drugim riječima, kada koristimo komparativno statičku analizu, problem koji se postavlja svodi se na pronalaženje najveće vrijednosti funkcije (Benić, 2017):

$$Pf = TR - TC$$

Maksimalni profit se postiže kod onog opsega proizvodnje pri kojem se izjednačavaju granični prihodi i granični trošak:

$$MR = MC$$

U kontekstu maksimizacije profita, postoje dva načina promatranja poduzeća. Prvi način je kada je vlasnik istovremeno i poduzetnik, što znači da vlasnik sam vodi poduzeće. Drugi način je kada poduzeće vodi plaćeni menadžer. U ovom drugom slučaju, poduzeće može biti vlasništvo jedne osobe ili više vlasnika, ali menadžer je zadužen za upravljanje poslovanjem.

Maksimiziranje prihoda ključan je cilj za tvrtke, a model maksimiziranja prihoda pruža sveobuhvatan okvir za usmjeravanje donošenja odluka. Primjenom učinkovitih strategija određivanja cijena, provođenjem temeljite analize potražnje, iskorištavanjem segmentacije tržišta i provedbom ciljanih marketinških kampanja, tvrtke mogu optimizirati svoj potencijal prihoda. Međutim, bitno je kontinuirano pratiti tržišnu dinamiku, preferencije potrošača i konkurentske snage kako bi se tijekom vremena prilagodile i poboljšale strategije maksimiziranja prihoda. Usklađujući se s evoluirajućim potrebama kupaca i tržišnim trendovima, tvrtke mogu zadržati konkurentsku prednost i postići održivi rast prihoda.

### **3.2. Definiranje pravila maksimalne dobiti**

Pravilo maksimalne dobiti, poznato i kao pravilo maksimizacije dobiti, ekonomsko je načelo koje sugerira da bi poduzeća trebala težiti maksimiziranju svoje dobiti kako bi postigla financijski uspjeh i dugoročnu održivost. Temelji se na pretpostavci da je primarni cilj poduzeća ostvariti najveću moguću razinu dobiti.

Formalno, pravilo maksimalne dobiti može se definirati na sljedeći način: U uvjetima savršene konkurencije, tvrtka bi trebala proizvoditi i prodavati količinu dobara ili usluga koja maksimizira razliku između ukupnog prihoda (TR) i ukupnog troška (TC). To se događa na

razini proizvodnje gdje je granični prihod (MR) jednak graničnom trošku (MC) (Pindyck, Rubinfeld, 2013).

Drugim riječima, tvrtka bi trebala nastaviti povećavati svoju proizvodnju sve dok dodatni prihod dobiven od prodaje još jedne jedinice (granični prihod) ne bude jednak dodatnom trošku nastalom proizvodnjom te jedinice (granični trošak). To osigurava da poduzeće posluje na točki gdje je njegov profit maksimiziran (Mankiw, 2014). Važno je napomenuti da pravilo maksimalnog profita pretpostavlja savršenu konkurenciju, gdje tvrtke uzimaju cijene i suočavaju se s horizontalnom krivuljom potražnje. U stvarnosti, tržišni uvjeti mogu varirati, a drugi čimbenici kao što su tržišna moć, strateška razmatranja i necjenovna konkurencija mogu utjecati na ponašanje poduzeća u cilju maksimiziranja profita.

Pravilo maksimalne dobiti temeljni je koncept u ekonomiji i igra ključnu ulogu u procesu donošenja poslovnih odluka. Temelji se na ideji da poduzeća postoje kako bi stvarala profit i da maksimiziranje profita dovodi do učinkovite alokacije resursa i ukupnog rasta gospodarstva (Pindyck, Rubinfeld, 2013).

Da bi se razumjelo pravilo maksimalnog profita, bitno je proniknuti u koncepte ukupnog prihoda (TR), ukupnog troška (TC), graničnog prihoda (MR) i graničnog troška (MC). Ukupni prihod odnosi se na ukupni prihod koji poduzeće ostvari prodajom svoje robe ili usluga. Ukupni trošak predstavlja sve troškove nastale u procesu proizvodnje, uključujući fiksne troškove i varijabilne troškove. Granični prihod je dodatni prihod dobiven od prodaje jedne dodatne jedinice outputa. Granični trošak, s druge strane, odnosi se na dodatni trošak koji nastaje proizvodnjom jedne dodatne jedinice. Maksimalna dobit javlja se u trenutku kada je granični prihod jednak graničnom trošku ( $MR = MC$ ).

Na razini outputa gdje je  $MR = MC$ , smatra se da tvrtka posluje optimalno jer bi proizvodnja još jedne jedinice rezultirala smanjenjem dobiti jer bi granični trošak premašio granični prihod. Suprotno tome, proizvodnja jedne jedinice manje također bi smanjila profit jer bi dodatni dobiveni prihod bio veći od smanjenja troškova. Dakle, dobit se maksimizira u točki jednakosti između graničnog prihoda i graničnog troška (Babin i sur., 2021.). Međutim, važno je napomenuti da se pravilo maksimalne dobiti temelji na određenim pretpostavkama, kao što su savršena konkurencija i maksimiziranje dobiti kao primarni cilj tvrtke. U stvarnosti, poduzeća se mogu suočiti s različitim ograničenjima i razmatranjima koja utječu na njihovo donošenje odluka, uključujući tržišnu moć, strateške ciljeve i etička razmatranja. Pravilo maksimalnog profita sugerira da poduzeća trebaju proizvoditi do točke u kojoj je granični prihod jednak

graničnom trošku ( $MR = MC$ ). U ovoj točki ravnoteže poduzeće maksimizira svoj profit jer bi proizvodnja dodatnih jedinica rezultirala smanjenim povratima, gdje granični trošak premašuje granični prihod. Slično tome, proizvodnja manjeg broja jedinica značila bi propuštanje potencijalne dobiti jer bi granični prihod bio veći od graničnog troška.

Granični prihod (MR) predstavlja promjenu ukupnog prihoda koja proizlazi iz prodaje jedne dodatne jedinice outputa. U savršenoj konkurenciji, gdje poduzeća određuju cijene, granični prihod jednak je cijeni dobra. Stoga bi poduzeća trebala nastaviti širiti proizvodnju sve dok cijena dobra premašuje granični trošak (MC) proizvodnje (Pindyck, Rubinfeld, 2013).

Granični trošak (MC) predstavlja dodatni trošak koji nastaje pri proizvodnji jedne dodatne jedinice outputa. Uzima u obzir i varijabilne troškove, koji variraju s razinom proizvodnje, i fiksne troškove, koji ostaju konstantni bez obzira na razinu proizvodnje. Uspoređujući granični trošak s cijenom (ili graničnim prihodom), poduzeća mogu odrediti je li isplativo proizvoditi više jedinica (Pindyck, Rubinfeld, 2013).

Nadalje, tvrtke će možda trebati razmotriti i druge čimbenike osim profita, kao što su dugoročna održivost, društvena odgovornost i zadovoljstvo kupaca. Ovi čimbenici mogu utjecati na cjenovne strategije poduzeća, diferencijaciju proizvoda i investicijske odluke. Pravilo maksimalnog profita kaže da bi, pod savršenom konkurencijom, poduzeća trebala proizvoditi i prodavati količinu dobara ili usluga pri čemu je granični prihod jednak graničnom trošku. Ovo načelo služi kao smjernica tvrtkama za donošenje racionalnih proizvodnih odluka kako bi maksimizirale svoj profit, iako razmatranja iz stvarnog svijeta i tržišni uvjeti mogu utjecati na stvarne strategije koje su usvojile tvrtke (Mankiw, 2014).

Pravilo maksimalne dobiti izvedeno je iz koncepta marginalne analize, koja se široko koristi u ekonomiji za donošenje odluka na margini. Navodi se da poduzeća trebaju nastaviti proizvoditi i prodavati dodatne jedinice dobra ili usluge sve dok granični prihod zarađen od prodaje te jedinice premašuje granični trošak njezine proizvodnje (Ferreira i sur., 2021).

Važno je napomenuti da pravilo maksimalne dobiti pretpostavlja da tvrtke imaju savršene informacije o tržišnim uvjetima, troškovima i potražnji. U stvarnosti, tvrtke se mogu suočiti s neizvjesnošću, nesavršenim informacijama i nesavršenostima tržišta, što može utjecati na njihove odluke o maksimiziranju profita. Osim toga, drugi ciljevi kao što su tržišni udio, dugoročni rast i održivost također mogu utjecati na proizvodne odluke poduzeća uz maksimiziranje profita.

Pravilo maksimalnog profita pruža koristan okvir za analizu proizvodnih odluka i određivanje optimalne razine proizvodnje za tvrtku. Razmatrajući odnos između graničnog prihoda i graničnog troška, poduzeća mogu donositi informirane odluke kako bi postigla svoje financijske ciljeve i održala konkurentnost na tržištu (Mankiw, 2014).

### **3.3. Analiza optimalnih kombinacijskih faktora za maksimizaciju dobiti**

Analiza optimalnih kombinacija faktora igra ključnu ulogu u maksimiziranju profitabilnosti poduzeća. Razumijevajući kako različite kombinacije faktora proizvodnje utječu na učinak i troškove, tvrtke mogu donositi pravovremene odluke kako bi postigle najvišu razinu profita (Pindyck, Rubinfeld, 2013).

Optimalne kombinacije faktora:

Optimalna kombinacija faktora odnosi se na kombinaciju inputa ili čimbenika proizvodnje koji generiraju najvišu razinu outputa uz najniže troškove, što rezultira maksimalnim profitom. U većini slučajeva faktori proizvodnje koji se razmatraju uključuju rad, kapital, a ponekad i dodatne inpute kao što su sirovine ili tehnologija. Analiza optimalnih kombinacija faktora uključuje ispitivanje odnosa između inputa i outputa kroz različite ekonomske koncepte, kao što su proizvodna funkcija, granična produktivnost i krivulje troškova (Solow, 1956).

Proizvodna funkcija predstavlja odnos između inputa (faktora proizvodnje) i outputa (roba ili usluga). Pruža uvid u to kako promjene inputa faktora utječu na razinu outputa. Funkcionalni oblik proizvodne funkcije može varirati ovisno o industriji i specifičnom proizvodnom procesu.

Granična produktivnost odnosi se na dodatni output generiran povećanjem jedne jedinice inputa uz zadržavanje ostalih čimbenika konstantnim. Pomaže u određivanju optimalne kombinacije čimbenika usporedbom granične produktivnosti različitih inputa. Optimalna kombinacija faktora događa se kada je granični proizvod po jedinici inputa jednak za sve faktore.

Kako bi postigla maksimiziranje profita, poduzeća moraju razmotriti troškovne implikacije različitih kombinacija faktora. Analiza troškova uključuje ispitivanje eksplicitnih troškova (npr. plaća, sirovina) i implicitnih troškova (npr. oportunitetnih troškova korištenja kapitala) povezanih sa svakom kombinacijom. Poduzeća nastoje minimizirati troškove dok maksimiziraju učinak kako bi postigla maksimalnu dobit.

Optimalne kombinacije faktora za maksimiziranje dobiti određuju se primjenom naprednih tehnika ekonomske analize. To uključuje razmatranje čimbenika kao što su elastičnost proizvodnje, izokvante, linije izotroška i međudjelovanje između kratkoročne i dugoročne dinamike (Pindyck, Rubinfeld, 2013).

Elastičnost supstitucije mjeri stupanj do kojeg se jedan faktor može zamijeniti drugim uz održavanje konstantne razine proizvodnje. U kontekstu optimalnih kombinacija faktora, visoka elastičnost supstitucije implicira da poduzeća mogu lako prilagoditi svoju kombinaciju faktora kao odgovor na promjene u cijenama inputa. Ova fleksibilnost omogućuje tvrtkama da optimiziraju svoje proizvodne procese i minimiziraju troškove, u konačnici maksimizirajući profitabilnost.

Izokvante predstavljaju različite kombinacije inputa koji daju istu razinu outputa. Izotrošak, s druge strane, prikazuju različite kombinacije inputa koji poduzeće koštaju isto. Optimalna kombinacija faktora javlja se u točki gdje je izokvanta tangenta na liniju izotroška. Točka tangiranja predstavlja ravnotežu u kojoj je granična stopa tehničke supstitucije jednaka omjeru cijene inputa. Postizanje ove ravnoteže omogućuje poduzećima da učinkovito rasporede svoje faktore i maksimiziraju učinak za dani trošak (Mankiw, 2014).

Razlika između kratkoročne i dugoročne analize ključna je u određivanju optimalnih kombinacija faktora. U kratkom roku, neki faktori proizvodnje mogu biti fiksni, dok su drugi promjenjivi. To stvara ograničenja na raspon mogućih kombinacija faktora. Međutim, dugoročno gledano, svi čimbenici su promjenjivi, što tvrtkama daje veću fleksibilnost u optimizaciji njihove kombinacije inputa. Dugoročna analiza omogućuje tvrtkama da istraže različite proizvodne tehnologije, ulažu u kapitalno intenzivne procese i iskoriste ekonomiju razmjera za postizanje viših razina profitabilnosti.

Empirijske studije i analize specifične za industriju doprinose dubljem razumijevanju optimalnih kombinacija faktora. Ove studije uključuju analizu podataka iz stvarnog svijeta i dinamike industrije kako bi se identificirali čimbenici i uvjeti koji pokreću profitabilnost. Uzimajući u obzir karakteristike specifične za industriju, tehnološki napredak i tržišne uvjete, tvrtke mogu fino podesiti svoje kombinacije faktora kako bi stekle konkurentsku prednost. Ovaj pristup osigurava da tvrtke usklade svoje resurse s jedinstvenim zahtjevima i mogućnostima svojih industrija (Mankiw, 2014).

Optimalne kombinacije faktora nisu statične odluke već dinamički izbori koji zahtijevaju kontinuiranu optimizaciju. Tržišta su podložna stalnim promjenama, uključujući promjene u

preferencijama potrošača, tehnološki napredak i konkurentske snage. Tvrtnke moraju stalno ponovno procjenjivati i prilagođavati svoje kombinacije faktora kako bi ostale osjetljive na ove promjene. Dinamička optimizacija omogućuje tvrtkama da kapitaliziraju nove prilike, ublaže rizike i održe dugoročnu profitabilnost.

Analiza optimalnih kombinacija faktora ključna je za maksimiziranje profita. Uzimajući u obzir proizvodnu funkciju, graničnu produktivnost i analizu troškova, poduzeća mogu odrediti najučinkovitiju kombinaciju čimbenika koja daje najveći učinak uz najniže troškove. Implementacija takve analize omogućuje poduzećima da optimiziraju svoje odluke o raspodjeli resursa, poboljšaju produktivnost i na kraju ostvare svoje ciljeve profita.



## 4. ZAKLJUČAK

Proizvodna funkcija s dva varijabilna faktora ima široku primjenu u ekonomiji i poslovanju. Kroz proizvodnu funkciju možemo pratiti kako se promjene u količini rada i kapitala odražavaju na ukupan izlaz ili proizvod. Ova analiza pomaže proizvođačima da donose pravovremene odluke o optimalnom korištenju resursa i postizanju maksimalnih rezultata s minimalnim ulaganjima.

Važno je razumjeti da proizvodna funkcija s dva varijabilna faktora može pokazati različite oblike, poput linearnih, konveksnih ili konkavnih. Oblik funkcije ovisi o odnosu između rada i kapitala te njihovom doprinosu proizvodnji. Kroz analizu proizvodne funkcije, proizvođači mogu pronaći optimalnu kombinaciju rada i kapitala koja će im omogućiti maksimiziranje proizvodnje, minimiziranje troškova ili postizanje drugih ciljeva, poput postizanja određene razine kvalitete ili prilagodbe promjenama tržišta.

Proizvodna funkcija s dva varijabilna faktora također omogućuje analizu ekonomije obujma. Ekonomija obujma se odnosi na smanjenje prosječnih troškova proizvodnje kada se povećava ukupna količina proizvodnje. Ako postoji ekonomija obujma, to znači da će proizvodnja biti efikasnija i da će se troškovi smanjivati kako se povećava obujam proizvodnje. Ova analiza je važna za donošenje odluka o proširenju kapaciteta proizvodnje ili optimiziranju postojećeg kapaciteta.

Važno je napomenuti da proizvodna funkcija s dva varijabilna faktora ne uzima u obzir sve faktore koji mogu utjecati na proizvodnju, poput tehnoloških inovacija ili promjena tržišnih uvjeta. Stoga je potrebno kombinirati analizu proizvodne funkcije s drugim alatima i metodama kako bi se dobila cjelovita slika poslovnih procesa i optimalnog upravljanja resursima.

Ukratko, proizvodna funkcija s dva varijabilna faktora je ključni alat za analizu proizvodnog procesa i optimalno upravljanje resursima. Omogućuje nam razumijevanje utjecaja ulaganja u rad i kapital na proizvodnju, donošenje pravovremenih odluka o kombinaciji faktora i postizanje ciljeva proizvodnje. Kombinirana s drugim analitičkim alatima, proizvodna funkcija s dva varijabilna faktora pomaže tvrtkama da ostvare konkurentske prednosti.

## LITERATURA

1. Ansoff, I. (1989) Corporate Strategy, Hammondswoth : Penguin
2. Buntak, K. and Šuljagić, N. (2014). Ekonomika logističkih funkcija u poduzeću. Tehnički glasnik, 8 (4), pp.388-393.
3. Babin, B. J., Harris, E. G., & Johnson, A. M. (2021). CB8: Marketing (8th ed.). Cengage Learning.
4. BeniĆ, Đ. (2017): Mikroekonomija: menadžerski pristup, Zagreb, školska knjiga
5. Besanko, D., Braeutigam, R., Gibbs, M., & Microeconomics Study Guide Team. (2013). Microeconomics (5th ed.). Wiley.
6. Brynjolfsson, E., & McAfee, A. (2014). The Second Machine Age: Work, Progress, and Prosperity in a Time of Brilliant Technologies. W. W. Norton & Company.
7. Cobb, C. W., & Douglas, P. H. (1928). A theory of production. The American Economic Review, 18(1), 139-165
8. DeLong, J. B. (1988). Productivity growth, convergence, and welfare: Comment. The American Economic Review, 78(5), 1138-1154.
9. Drucker, P. F. (1954). The Practice of Management. Harper & Row
10. Henningsen, G., & Henningsen, A. (2010). Methods for estimating production functions with multiple inputs and multiple outputs: The problem of input-specific technical efficiency. European Journal of Operational Research, 202(2), 504-514.
11. Hicks, J. R. (1932). The Theory of Wages. London: Macmillan.
12. Ferenčak, I. (2003). Počeka ekonomije, Osijek, Ekonomski fakultet u Osijeku
13. Ferreira, B., Kim, M., & Sridhar, S. (2021). Optimal pricing strategy for two-sided platforms under uncertain demand. European Journal of Operational Research, 292(3), 1147-1164.
14. Karić, M. (2009). Mikroekonomika, Osijek: Ekonomski fakultet u Osijeku
15. Kotler, P., Keller, K. L., Koshy, A., & Jha, M. (2019). Marketing Management (15th ed.). Pearson
16. Lucas, R. E. (1988). On the mechanics of economic development. Journal of Monetary Economics, 22(1), 3-42.
17. Mankiw, N. G. (2014). Principles of Microeconomics. Cengage Learning.
18. Nicholson, W., & Snyder, C. (2012). Microeconomic Theory: Basic Principles and Extensions (11th ed.). Cengage Learning.
19. Pavić, I. , BeniĆ Đ. , Hashi I., (2007). Mikroekonomija, drugo izdanje, Split
20. Perloff, J. M. (2014). Microeconomics (7th ed.). Pearson Education.
21. Polovina, S. , MediĆ Đ. (2002).Osnove ekonomije, Medinek Zagreb

22. Pindyck, R. S., & Rubinfeld, D. L. (2013). *Microeconomics* (8th ed.). Pearson Education.
23. Romer, P. M. (1986). Increasing returns and long-run growth. *The Journal of Political Economy*, 94(5), 1002-1037.
24. Solow, R. M. (1957). Technical change and the aggregate production function. *The Review of Economics and Statistics*, 39(3), 312-320.
25. Solow, R. M. (1956), A contribution to the theory of economic growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65-94.
26. Varian, H. R. (2014). *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach* (9th ed.). W. W. Norton & Company.
27. Žugaj, M. And Šehanović, J. (2004). i Čingula. M.: Organizacija, 2.

## POPIS SLIKA

Slika 1 Ukupni proizvod.....	2
Slika 2 Izokvante.....	4
Slika 3 Proizvodnja s dva varijabilna faktora.....	6
Slika 4 U slučaju savršene zamjenjivosti čimbenika proizvodnje izokvant.....	7
Slika 5 Ako se čimbenici proizvodnje mogu koristiti samo u fiksnom omjeru, izokvanta je u obliku slova 'L' i poznata je kao input-output izokvanta .....	8
Slika 6 Kada se više izokvanti prikaže zajedno, dobivamo mapu izokvanti.....	8